

تاریخ دریافت مقاله: ۸۱/۳/۶  
پورسی مقاله: ۸۱/۱۲/۱۱  
پذیرش مقاله: ۸۲/۳/۲۶

مجلة علوم تربیتی و روانشناسی  
دانشگاه شهید چمران اهواز، ۱۳۸۱  
دوره سوم، سال نهم، شماره‌های ۱ و ۲  
ص ص: ۱۰۷-۱۴۰

## تأثیر حل نمونه مسائل کلامی جبر (از نوع کار، ترکیب و فاصله) بر روی حل مسائل معادل و مشابه کلامی جبر در دانش آموزان سال سوم ریاضی - فیزیک شهرستان تویسرکان

جواد کاووسیان\*  
دکتر پروین کدیور\*\*  
دکتر حمید رضا عریضی\*\*\*

### چکیده

حل مسائل کلامی در قلب آموزش جبر قرار دارد. روش‌های حل مسائل تختستن بار توسط پولیا (۱۹۶۲) به نقل از رید (۲۰۰۰) مطرح شده است. پس از این پژوهشگران در حیطه آموزش ریاضی متوجه طبقه‌بندی انواع مسائل کلامی شده‌اند. رید (۲۰۰۰) مسائل معادل و مشابه کلامی جبر را در طبقه‌بندی انواع کار، ترکیب و فاصله مورد مقایسه قرار داده است. کلمه‌های کلیدی مطرح شده در این مقاله عبارتند از: مسائل مشابه، مسائل های کار، ترکیب و فاصله به منظور پرسش این پرسش که آیا نمونه مسائل حل شده کلامی جبر که به دانش آموزان ارائه می‌شود، آنها را قادر می‌سازد تا مسائل کلامی جبر را که مسائل هستند حل نمایند. تحقیقی در دو مرحله بر روی دانش آموزان سال سوم ریاضی - فیزیک انجام شد. در مرحله اول پژوهش ۴۴ دانش آموز سال سوم ریاضی - فیزیک که در قالب دو کلاس سازمان یافته بودند با هم ترکیب شده و به صورت تصادفی در دو گروه گروه و آزمایشی گمارده شدند. به گروه گروه در مرحله تمرین، مسائل نامربوط (مسائلی که ارتباطی با مسائل مرحله آزمایشی ندارند) و به گروه آزمایشی؛ مسائل مربوط به مسائل مرحله آزمایش ارائه گردید. تحلیل نتایج نشان داد که بین میانگین دو گروه در حل مسائل معادل و مشابه تفاوت معنی داری وجود ندارد. در مرحله دوم پژوهش، ۴۸ دانش آموز سال سوم ریاضی - فیزیک که از قبل در قالب دو کلاس سازماندهی شده بودند، انتخاب و به صورت تصادفی در دو گروه آزمایشی و حل مساله گمارده شدند. هر دو گروه در مرحله آموزش و تمرین، مسائلی را دریافت نمودند که با مسائل مرحله آزمایش ارتباط داشتند. تنها تفاوت دو گروه در این بود که دانش آموزان گروه حل مساله در حین حل مسائل مرحله آزمایش می‌توانستند به راه حل‌های آموزش داده شده در مرحله آموزش و تمرین مراجعه نمایند، اما گروه آزمایشی چنین فرصتی را نداشتند. نتایج نشان داد که دانش آموزان گروه حل مساله در حل مسائل معادل کلامی جبر عملکرد بهتری نسبت به گروه آزمایشی داشتند و تفاوت میانگینهای آنها معنی دار بود، اما در رابطه با مسائل مشابه کلامی جبر تفاوت معنی داری بین میانگینهای دو گروه حل مساله و آزمایشی یافته نشد.

**کلید واژگان:** مسائل کلامی جبر، مسائل معادل، مسائل مشابه

\* عضو هیأت علمی مؤسسه تحقیقات تربیتی دانشگاه تربیت معلم تهران

\*\* عضو هیأت علمی دانشگاه تربیت معلم تهران

\*\*\* عضو هیأت علمی گروه روانشناسی دانشگاه اصفهان

۱- حل مساله نامی است که برای این گروه انتخاب شد تا از گروه آزمایشی من Mayer شود.

## مقدمه

منجر شود. اتوسلز<sup>۵</sup> (۱۹۱۲) این ادعا را مطرح کرد که تفکرات به شکل ارتباطهای ساختاری<sup>۶</sup> سازماندهی می‌شوند (رید، ۲۰۰۰). رید (۱۹۸۷) آزمایشی انجام داد که در آن لازم بود دانشآموزان، از راه حلی برای ایجاد یک معادله برای مسائل مربوط به آزمون استفاده کنند. با توجه به این که فهم مساله اختصاصی بودن پایه<sup>۷</sup> باید تأثیر مثبتی داشته باشد، از آزمودنیها خواسته شد که یک معادله برای هر کدام از چهار مساله آزمون با توجه به مساله «مثال» ایجاد کنند. رابطه بین مساله «مثال» و مساله آزمون بدون این که تغییری در «مثال» صورت گیرد می‌توانست دچار تغییر شود. به منظور کنترل دشواری مسائل، از دانشآموزان خواسته شد که قبل از دیدن مساله مثال یک معادله برای هر کدام از چهار مساله بسازند. این روند برای هر دو مورد مساله کار و ترکیب تکرار شد. دو فرضیه‌ای که از ابتدا در این آزمایش پیگیری شد عبارتند از: ۱. دانشآموزان وقتی در ایجاد معادله دقیقتر خواهند بود، که یک نگاشت یکریخت بین مساله آزمون و تمرین وجود داشته باشد.

- 1- George polya    2- Reed
- 3- mathematical discovery
- 4- wurzburg              5- Ottoselz
- 6- structural relations
- 7- base specificity

جورج پولیایا<sup>۱</sup>، ریاضی دان بر جسته ۱۹۶۲ به نقل از رید<sup>۲</sup> (۲۰۰۰) در کتاب مشهور خود خلاقیت ریاضی<sup>۳</sup>، در تعریف حل مساله آورده است: حل مساله یعنی یافتن راهی به منظور برطرف کردن مشکل، راهی برای گذر از مانع و یا به دست آوردن هدفی که به سهولت قابل فهم نیست. حل مساله، دستاورده اختصاصی هوش است و هوش، استعداد اختصاصی انسان است. حل مساله را می‌توان به عنوان مهمترین فعالیت بشر در نظر گرفت.

اگر چه حل مساله قدمتی به اندازه تاریخ تمدن دارد اما مطالعه علمی آن حدود یک قرن است که شروع شده است، یعنی از زمانی که ویلهم وونت آلمانی نخستین آزمایشگاه روانشناسی را در دانشگاه لاپیزیک (۱۸۷۹) به نقل از رید، ۰۲۰۰ بنیاد نهاد، گرچه او معتقد بود که تنها فرایندهای ساده روانشناختی، همچون احساس و ادراک، را می‌توان در آزمایشگاه مطالعه کرد. هنوز قرن بیستم شروع نشده بود که در شهر ورزبرگ<sup>۴</sup> آلمان گروهی از روانشناسان به مطالعه تفکر از طریق درون‌نگری پرداختند. دیری نپایید که این روش به خاطر ذهنی بودنش با چالشهایی روپرورد و درون‌نگری نتوانست به یک نظریه تفکر

مختلف متفاوت است و نوع مسائل در این مساله‌ها تأثیر دارد. در آثار رید (۱۹۸۵)، (۱۹۸۷، ۱۹۹۱) مسائله‌های کلامی جبر و مسائل مربوط، نامربوط، مشابه و معادل تعریف شده‌اند.<sup>۲</sup>

۲. دانش آموزان عملکرد دقیقتی روی دو مساله یکریخت کار در مقایسه با دو مساله یکریخت ترکیب خواهند داشت.

به دانش آموزان از ابتدا چنین دستوراتی داده شد: هدف از این مطالعه ارزیابی اثر برخی مواد آموزشی روی مسائل کلامی جبر است. ما حل کامل یک مساله را به شما می‌دهیم و از شما می‌خواهیم برای هر کدام از چهار مسائله‌ای که به شما داده می‌شود یک معادله مناسب بنویسید. معادلات را حل نکنید مانند فقط می‌خواهیم بدانیم که آیا مطالع آموزشی می‌تواند برای ساختن یک معادله به شما کمک کند یا خیر. نتایج نشان داد که اگر چه دانش آموزان می‌توانستند به آسانی راه حل را برای یک مساله کار یکریخت به کار ببرند، اما برای مسائل غیر یکریخت<sup>۱</sup> (غیر ایزو مورفیک) مشکل داشتند. عملکرد دانش آموزان در مسائل یکریخت ترکیب ضعیفتر از مسائل کار بود. تحلیل آماری، نتایج دو فرضیه آزمون را تایید کرد. دانش آموزان در چهار مسائله‌ای که دارای شکل ایزو مورفیک بودند عملکردی به مراتب بهتر از چهار مسائله‌ای که شکل غیر ایزو مورفیک داشتند، نشان دادند. دانش آموزان همچنین در ساختن معادله برای مسائل کار موفق تر بودند تا مسائل ترکیب. پس با توجه به نتایج این آزمایش می‌توان نتیجه گرفت که کارایی دانش آموزان در مسائل

### 1- non-isomorphic

۲- مسائله‌های کلامی جبر مسائله‌هایی هستند که در آنها با استفاده از رابطه‌ای که بین در متغیر معلوم و مجھول وجود دارد، باید مقدار متغیر مجھول را به دست آورد. این دسته از مسائل دارای ساختار، مفاهیم و روابطی هستند که یادگیری آنها می‌تواند حل این گونه مسائل را تسهیل بخشد. به عبارت دیگر، راه حل یک مساله از این دسته را می‌توان برای حل مسائل دیگری از این نوع بد کار برد. مسائل نامربوط مسائلی هستند که تنها شباهتی ظاهري با مسائل معادل و مشابه دارند و دارای ساختار و مفاهيم هستند که یادگیری آنها کمکی به حل این مسائل نمی‌کند. دو مساله وقتی با هم معادل هستند که دارای راه حل و صریح مساله مشابه با مساله اصلی باشند، دو مساله وقتی با هم مشابه هستند که دارای راه حل متفاوت اما صورت مساله مشابه با مساله اصلی باشند. دو مساله وقتی ایزو مورفیک (یکریخت) می‌باشند که دارای راه حل بکسان اما صورت مساله متفاوت باشند. مسائل نامربوط دارای صورت مساله متفاوت و راه حل متفاوت هستند.

طبقه‌بندی مسائل کلامی جبر در پژوهش‌های رید متشکل از سه نوع مسئله فاصله، ترکیب و کار می‌باشد: در مسائل کلامی جبر از نوع فاصله، بیان کلامی معادلاتی جبری ارائه می‌شود که هدف آن تعیین فاصله دو اتموبیل است که با زمانها و سرعتهای متفاوت در یک مسیر حرکت می‌کنند. در مسائل کلامی از نوع ترکیب بیان کلامی معادلاتی جبری ارائه می‌شود که در آنها دو محلزا، باید به نسبتهای محتوا ترکیب شوند تا محلول حاصل، نسبت خاصی را دارا باشد. مسائل کلامی از نوع کار، بیان نوعی است از <sup>۳</sup>

## یک مدل کامل از پردازش حل مسائل کلامی باید دربرگیرنده فرضهایی هم در رابطه

**پنجه** مسائل که در آنها دو کارگر با هم کار می‌کنند ولی سرعت کار یکی از دیگری بیشتر است. در این قسمت برای تبیین و درک بهتر مسائل یک نمونه مسئله کلامی جبر آورده می‌شود و سپس چهار مسئله که با این نمونه مسئله معادل، مشابه؛ ایزومورفیک و یا نامربوط هستند آورده می‌شود.

### مسئله نمونه

یک لوله کوچک می‌تواند یک مخزن نفت را در مدت ۱۲ ساعت و یک لوله بزرگ می‌تواند آن را در ۸ ساعت پر کند. اگر هر در اینه همزمان شروع به کار کنند، چه مدت طول می‌کشد تا مخزن پر شود.

۱. معادل: یک نوله (شلنگ) کوچک می‌تواند، یک استخراج شنا را در مدت ۶ ساعت و یک لوله بزرگ می‌تواند آن را در ۳ ساعت پر کند. اگر هر دو لوله همزمان شروع به کار کنند، چه مدت طول می‌کشد تا استخراج پر شود؟

۲. مشابه: یک لوله کوچک می‌تواند یک مخزن آب را در مدت ۲۰ ساعت و یک لوله بزرگ می‌تواند آن را در ۱۵ ساعت پر کند. آب به میزانی به کار برد می‌شود که یک مخزن پر در مدت ۴۰ ساعت خالی شود. اگر هر دو لوله در یک زمان شروع به کار کنند، چه مدت طول می‌کشد تا مخزن پر شود؟ فرض کنید وقتی که مخزن در حال پر شدن است، آب مورد استفاده قرار نگیرد.

۳. ایزومورفیک: آرمان با ماشین می‌تواند در مدت ۴ ساعت به خانه عرفان برسد عرفان می‌تواند در مدت ۳ ساعت به خانه آرمان برسد. اگر هر دوی آنها خانه‌هایشان را در یک زمان ترک کرده باشند، چه مدت طول می‌کشد تا آنها همدیگر را بینند؟

۴. نامربوط: برواز یک هواییما از شهر A به شهر B با میانگین سرعت  $25 \text{ Kmph}$  ساعت کمتر از برگشت آن از شهر B به شهر A با سرعت  $200 \text{ Kmph}$  طول می‌کشد. برگشت این هواییما، چند ساعت طول می‌کشد؟

1- Larkin

2- Simon

شخصی که راه حلی را برای حل یک مسئله ساختاری (مسئله کلامی جبر) فراگرفته است، نمی‌تواند آن را برای مسئله آموخته شده به کار ببرد، حتی اگر مسئله جدید ایزومورفیک (یکریخت) با مسئله مشابه باشد، یعنی، هر دو مسئله ساختار دقیقاً یکسانی داشته باشند. اگر صورت ظاهری مسئله جدید، با مسئله آموزش داده شده متفاوت باشد، افراد نوعاً نمی‌توانند راه حلی را که فراگرفته‌اند به کار بندند. اگر افراد دست کم با دو مسئله که صورت ظاهر متفاوت اما راه حل یکسانی دارند آموزش بینند، این مشکل کاهش می‌یابد، به علاوه، اگر شخص با دو مسئله آموزش بیند، احتمال زیادی دارد مسئله سومی را که نسبت به دو مسئله ایزومورفیک است، حل نماید (جیک و هولیاک، ۱۹۸۳).

یکی از خصوصیات ویژه مسائل کلامی این است که دانش آموز برای پاسخگویی به این مسائل باید دارای پایه‌ای قوی باشد. بسیاری از تحقیقات اخیر برای مطلب تاکید دارند که این زمینه قوی، دستیابی فرد را به پاسخ مسئله هموار می‌سازد (لارکین<sup>۱</sup> و سیمون<sup>۲</sup>). یک روش برای بررسی میزان تسلط فرد بر یک مسئله خاص را می‌توان از طریق میزان استفاده فرد از روش‌های ریاضی برای حل یک دسته از مسائل سنجید.

جبر پیچیده‌تر از مسائل کلامی ریاضی مطالعه شده توسط کیتچ و گرینو (۱۹۸۲) به نقل از رید، (۱۹۸۷) می‌باشد، با این حال نیاز به سازماندهی گزاره‌ها، بازنمایی روابط مجموعه و کاربرد مناسب عملیات ریاضی یکسان می‌باشد. شباهت و تفاوت میان این دو طبقه از مسائل به وسیله بازنمایی سلسله مراتبی، در فرض دوم نشان داده می‌شود. رید (۱۹۸۵) یک سلسله مراتب به سطحی را برای بازنمایی دانش در زمینه مسائل کلامی پیشنهاد کرد. مثلاً، این سلسله مراتب را می‌توان برای این مساله ترکیب نشان داد:

چه مقدار سرکه  $10\%$  باید به  $2$  لیوان محلول سرکه  $30\%$  اضافه کرد تا محلول  $20\%$  به دست آید.

$$\frac{1}{10}X + \frac{2}{30} = \frac{2}{20}(X+2)$$

$$\frac{1}{10}X + \frac{6}{60} = \frac{2}{20}(X+2)$$

$$\frac{1}{10}X = \frac{2}{20} - \frac{6}{60}$$

$$X = \frac{2}{3}$$

سطح اول نشان دهنده میزان سرکه در دو محلول سرکه است که تشکیل محلول نهایی را می‌دهند. سطح دوم معادله‌ای را نشان می‌دهد که برای حل لازم می‌باشد و سطح سوم شامل مقادیری است که در معادله جایگزین می‌شوند. پیچیده‌ترین مرحله، مرحله‌ای است

با درک زمینه و هم صورتهای حل مساله از این راه حل باشد. این چنین مدلی اخیراً توسط (گرینو، ۱۹۸۳) برای مسائل کلامی ریاضی در سطح ابتدائی مطرح شده است:

مدل گرینو (۱۹۸۳) سه نوع ساختار دانش را در بردارد: (الف) چارچوبهای گزاره‌ای برای تبدیل جمله‌ها به گزاره‌ها. (ب) در ایجاد یک مدل مساله، حل کننده مساله ممکن است مجبور باشد به اطلاعاتی که مستقیماً در متن وجود ندارد مراجعه نماید و (ج) اطلاعات نامربوطی را استنباط کند که برای حل لازم نیست.

تبدیل جملات به گزاره‌ها بر پایه کارهای دیک<sup>۱</sup> و کیتچ (۱۹۸۳) به نقل از رید، (۱۹۸۷) می‌باشد. این گزاره‌ها یک بازنمایی مفهومی از اطلاعات شفاهی<sup>۲</sup> هستند و برای معاهیم کلی و روابطی که در متن سؤال قرار دارند، سازماندهی شده‌اند. در مسائل ریاضی این گزاره‌ها به صورت مجموعه‌ها و روابط میان این مجموعه‌ها می‌باشند. این مجموعه‌ها در یک مدل مساله که راه حل را بازنمایی می‌کند مشخص شده‌اند. در ایجاد یک مدل مساله، حل کننده مساله ممکن است مجبور به رجوع به اطلاعاتی باشد که مستقیماً در متن وجود ندارد و اطلاعات نامربوطی را استنباط کند که برای حل لازم نیست. اگر چه مسائل کلامی

حلهای ایزومورفیک از راه حلهای مشابه مفیدتر خواهند بود. نخست این که میان توانایی افراد در توجه خودجوش به یک تشابه و توانایی آنها در به کارگیری این تشابه بعد از این که این تشابه را تشخیص دادند تفاوت زیادی وجود دارد. به عنوان مثال، گیک و هولیاک<sup>۲</sup> (۱۹۸۰) موارد زیادی را یافته‌اند که دانش آموزان در یک حل به تشابه اصلاً توجه نکرده بودند اما بعد از این که برای استفاده از تشابه تشویق شدند به سرعت توانستند از آن برای حل مسائل دیگر استفاده کنند. دلیل دوم این است که دانش آموزان در تشخیص روابط میان متغیرها آن قدر مشکل دارند که حتی تغییرات جزئی در راه حلهای مشابه سبب خطاهاز زیادی می‌شود (استافین رید و دیگران، ۱۹۸۵). در مقابل دانش آموزان در حل مسائل ایزومورفیک تنها روابط میان دو مساله را مقایسه می‌کنند به جای آن که روابط جدیدی را ایجاد کنند.

اگر مفاهیم یکسانی هم در مساله ترکیب تمرین و هم در مساله ترکیب آزمون وجود داشته باشد، دانش آموزان به طور معنی‌داری عملکرد بهتری هم در مفاهیم نگاشت و هم ساخت معادلات باید داشته باشند و این مستلزم آن است که دانش آموز:

که دانش آموز باید چارچوب معادله را بسازد و بتواند مقادیر را به طور صحیح جایگزین کند. اگر دانش آموز معادله را غلط تشکیل دهد، قطعاً جواب مساله را نمی‌تواند محاسبه کند. به ندرت اتفاق می‌افتد که دانش آموز بدون نوشتن معادله صحیح، مساله را حل کرده باشد. یک واقعیت که دانش آموزان بهتر می‌توانند مسائل معادل را نسبت به مسائل مشابه حل کنند، مربوط به این پیشنهاد رید (۱۹۸۵) است که نگاشتهاز ایزومورفیک اهمیت خاصی در تسهیل انتقال دارند. اما در مورد مسائل ایزومورفیک باید گفت که از این ادعا (تسهیل انتقال) فراترند، به دلیل این که میزان شفافیت<sup>۱</sup> نگاشتها در مسائل معادل بیشتر از مسائل ایزومورفیک است (شفافیت یک معیار ذهنی از این است که نشان می‌دهد چگونه دانش آموزان به خوبی می‌توانند مفاهیم مرتبط را در دو مساله با یکدیگر جویی کنند. جندر (۱۹۸۰) به نقل از رید، ۱۹۸۵) در تعریف آن آورده است که شفافیت روشی آسان است که با آن می‌توان تصمیم گرفت که کدام اسنادها و روابط دامنه پایه را باید در دامنه هدف به کار برد). به نظر می‌رسد که نگاشتهاز ایزومورفیک، وقتی راه حلهای ایزومورفیک به کار رفته باشند مفید خواهند بود. استافن رید (۱۹۸۷) دو دلیل می‌آورد مبنی بر این که راه

1- transparency      2- Gick & Holyoak

الف) جهت ساخت معادله برای مثال زیر ارائه می‌توانیم یک راه حل برای مثال زیر ارائه دهیم.

آرمان می‌تواند متنی را در ده ساعت تایپ کند و عرفان می‌تواند آن را در ۵ ساعت تایپ کند. چه مدت طول خواهد کشید اگر هر دو با هم شروع کنند.

عیب یک مثال این است که ممکن است برای حل مسائلی که تفاوت‌های کمی با نمونه حل شده ما دارند چندان سودمند نباشد. مثلاً در مسائل مشابه، دانش آموزانی که نمونه مسائل را دریافت کرده‌اند، انتقال قابل توجهی به مسائل مشابه نشان نداده‌اند (رید، ۱۹۸۵؛ رید، ۱۹۸۷). مزیت رویه‌ها این است که می‌توانند گامهایی سازنده در حل طیف گسترده‌ای از مسائل باشند. در مسائلی که در آن یک شخص نسبت به شخص دیگری با ساعت بیشتری کار می‌کند ممکن است دانش آموزان نتوانند با استفاده از مثال آن را حل کنند (رید، دمستر و اتینگر، ۱۹۸۵).

یک قاعده<sup>۲</sup> ممکن است مشخص کند وقتی که یک شخص زمان بیشتری نسبت به شخص دیگر کار می‌کند چه باید کرد، و یا این که قاعده ممکن است مشخص کند وقتی که سرعت نسبت به زمان مجھول است چه باید

تلاش کند.

ب) نگاشت مناسبی بین مفاهیم مساله آزمون برقرار نماید.

ج) راه حل مساله تمرین را برای ساخت یک معادله برای حل مساله آزمون به کار برد.

در آزمایشی رید (۱۹۸۷) متوجه شد که دانش آموزان در جور کردن مفاهیم و ساخت معادلات، وقتی که نگاشتهای ایزومورفیک، مفاهیم یکسان داشتند، موفقتر بودند، و در ساخت معادله برای مسائل معادل موفقتر از مسائل ایزومورفیک بودند و در مسائل کار موفق‌تر از مسائل ترکیب عمل کردند. یک دلیل برای عملکرد بهتر در مسائل کار این است که مفاهیم مربوط به مسائل ترکیب تنوع زیادی دارند، یعنی در آنها (درصد، حجم و وزن و...) وجود دارد اما در مسائل کار مفاهیم تنها (زمان و سرعت) می‌باشد.

دو رویکرد مختلف برای آموزش مسائل کلامی، یکی استفاده از مثالها و دیگری استفاده از روشها<sup>۱</sup> می‌باشد. هر کدام از این رویکردها، مزای و محاسن خاص خود را دارند. مزیت یک مثال این است که نشان می‌دهد چگونه روشها در یک وضعیت خاص به کار می‌روند. به عنوان مثال، به دانش آموز کلاس جبر

هستند به کار برد.

در این تحقیق، جامعه مورد پژوهش ما دانش آموزان سال سوم ریاضی - فیزیک دبیرستان شهید بهشتی و شهید مطهری شهر تو سرکان بودند و با این تصور که آنها حل مسائل کلامی را در سالهای قبل خوانده‌اند و توانایی حل معادلات مسائل کلامی جبر را دارند انتخاب شدند.

نمونه‌گیری در پژوهش حاضر، نمونه‌گیری خوش‌های است، در نمونه‌گیری خوش‌های واحد اندازه‌گیری فرد نیست بلکه گروهی از افراد هستند که به صورت طبیعی شکل گرفته و گروه خود را تشکیل داده‌اند. نمونه‌گیری خوش‌های در این پژوهش به این دلیل مورد استفاده قرار گرفت که اعضای نمونه، از پیش در قالب کلاس درس سازمان یافته بودند. دانش آموزان کلاس‌های مورد استفاده، به صورت جایگزین تصادفی در یکی از دو گروه، گواه و آزمایشی قرار گرفتند.

ابزاری که در این پژوهش مورد استفاده قرار

کرد، نقص رویه‌ها این است که نسبتاً مجزا<sup>۱</sup> و انتزاعی<sup>۲</sup> هستند، لذا منجر به حداقل فهم از تکلیف به عنوان یک کل می‌شوند. بنابراین، پادگیری اجرای یک شیوه وقتی می‌تواند تسهیل شود، که مجموعه‌ای از رویه‌ها با مواد اضافی (ساختاری، کارکردی، اطلاعات نموداری) همراه شوند. این اطلاعات دانش آموز را قادر می‌سازند تا روشهای را بهتر درک کرده و رویه‌ها را تکمیل کند (اسمیت، ۱۹۸۴؛ ویسکاسو<sup>۳</sup>، ۱۹۸۶ و بوایر<sup>۴</sup>، ۱۹۸۱ به نقل از رید، ۱۹۸۷).

دیکسن<sup>۵</sup> (۱۹۸۶) به نقل از رید، (۱۹۸۷) در آزمایشی نشان داد که آزمودنیها به صورتی هماهنگ از مثال‌ها استفاده می‌کردند و نسبت به رویه‌های شرح داده شده بی توجه بودند. سولر<sup>۶</sup> و کوپر<sup>۷</sup> (۱۹۸۵) پیشنهاد کرده‌اند که دانش آموزان برای حرفه‌ای شدن در حل مسائل نیاز به آشنائی با دامنه وسیعی از مثال‌های حل شده دارند. البته، آنها انتظار انتقاد از این نظر خود را داشتند. برای حل یک مسئله به طور موفقیت‌آمیز لازم است که مثال‌های بسیار زیادی تمرین شود و همچنین رویکردی جدید لازم است تا مثال‌ها و قواعد را با هم ترکیب کند تا این ترکیبها را بتوان در مورد مسائلی که متفاوت از نمونه‌های حل شده

1- isolate

2- abstract

3- Viscuso

4- Bovair

5- Dixon

6- Sweller

7- Cooper

دانش آموزان چگونه از راه حل یک مساله کلامی جبر می‌توانند برای حل مسائل کلامی دیگری که با آن مساله رابطه دارند، استفاده کنند. دانش آموزان شرکت کننده در این پژوهش در طول تحصیل با حل معادلات جبری و همچنین مسائل کلامی جبر آشنا شده بودند. برای مشخص نبودن سطح عملکرد دانش آموزان بدون کمک مسائل حل شده مربوط مرحله تمرین و آموزش، به گروه گواه مسائل نامربوط ارائه دادیم که ارتباطی با مسائل مرحله آزمایش نداشتند. بر عکس، گروه آزمایشی مسائل مربوطی را دریافت کردند که بادگیری و حل آنها، آنان را در حل مسائل مرحله آزمایش کمک می‌کرد.

در این مرحله از پژوهش، آزمودنیهای ما ۴۴ دانش آموز سال سوم ریاضی - فیزیک بودند که در قالب دو کلاس سازمان یافته بودند. ما این دو کلاس را با هم ترکیب کردیم و سپس به صورت تصادفی در گروههای گواه و آزمایشی قرار دادیم.

پس از این دانش آموزان به دو گروه ۲۲ نفری تقسیم شدند و به طور تصادفی مشخص شد که کدام گروه مسائل مربوط (مسائلی که با مسائل مرحله آزمایش ارتباط دارند) و کدام گروه مسائل نامربوط (مسائلی که ارتباطی با

گرفت، ۱۲ مساله کلامی جبر از نوع کار، ترکیب و فاصله می‌باشد. شش مساله در مرحله تمرین و آموزش مورد استفاده قرار گرفت. از این ۶ مساله سه مساله آن مسائلی بودند که ارتباط با مسائل مرحله آزمایش داشتند و احتمال می‌دادیم که آموزش این سه مساله، دانش آموزان را قادر سازد که بتواند مسائل مرحله آزمایش را که شباهتهای نزدیک با این مسائل دارند، حل نمایند. ۳ مساله دیگر مسائل نامربوط بودند، یعنی مسائلی که تنها یک تشابه ظاهری با مسائل مرحله آزمایش داشتند. آموزش و حل این مسائل هیچ کمکی به حل مسائل مرحله آزمایش نمی‌کرد. گروه گواه مسائل نامربوط را دریافت کردند و گروه آزمایشی مسائل مربوط را دریافت نمودند. ۶ سوالات بعدی که در مرحله آزمایش مورد استفاده قرار گرفتند، برای هر دو گروه یکسان بود. سه سؤال معادل از نوع کار، ترکیب و فاصله و سه سؤال مشابه که آن هم از نوع کار، ترکیب و فاصله بودند. این پژوهش در دو مرحله انجام شد که به تفصیل در زیر توضیح داده می‌شود:

**آزمایش مرحله اول**  
در مرحله اول پژوهش، برآئیم که بدانیم

جهت بالا بردن انگیزه آزمودنیها در طول آزمون و دادن پاسخ دقیق به سؤال‌ها در ابتدای شروع کار از اهمیت تحقیق و این که هدف، بررسی یک روش رایج آموزش است، صحبت شد.

مسائل مرحله آزمایش ندارند) را دریافت کنند.

به گروه گواه سه مساله نامربوط کار، ترکیب و فاصله ارائه شد و به گروه آزمایشی نیز سه مساله مربوط کار، ترکیب و فاصله ارائه شد.

به داش آموزان اطلاع داده شد که ۶ دقیقه فرصت دارند که به مسائل نگاه کنند و بعد از آن راه حل مسائل به آنها ارائه گردید. برای هر مساله ۶ دقیقه فرصت داشتند تا راه حلها مسائل را مطالعه کنند. داش آموزان می‌توانستند وقت را از طریق ساعت دیواری که رویه روی آنها نصب شده بود کنترل نمایند. بعد از پایان وقت هم سؤالات مرحله تمرین و هم جوابهای آنها از داش آموزان گرفته شد. سپس به هر گروه ۳ مساله معادل ارائه شد. البته سؤالات برای گروه گواه و آزمایشی در مرحله آزمایش یکسان بود. آنها برای حل هر مساله ترکیب، فاصله و کار ۶ دقیقه فرصت داشتند. بعد از اتمام وقت به داش آموزان ۱۰ دقیقه فرصت استراحت داده شد.

**آزمایش مرحله دوم**

یکی از عواملی که سبب می‌شود داش آموزان نتوانند راه حلها یاد گرفته شده را در شرایط و مکانهای مختلف به کار ببرند این است که یادگیرنده در به خاطر آوردن راه حلها با مشکل مواجه می‌شود و نمی‌تواند راه حلها و جزئیات آن را به خاطر آورد. در چنین شرایطی ممکن است نتواند مسائلی را که قبلاً نمونه‌هایی از آن را با توجه به الگو و نمونه‌ای که قبلاً حل نموده، حل کند. ممکن است به داش آموزی روش حل مساله آموخته شود اما او قادر نباشد که مسائل معادل و مشابه با آن مساله را حل نماید، به این دلیل که راه حل آموخته شده را نمی‌تواند در ذهن خود بازنمایی کند. در مرحله دوم این پژوهش به بررسی این مشکل می‌پردازیم. در این مرحله دو گروه را با هم مقایسه می‌کنیم، گروهی که می‌توانند به راه حلها مراجعه نمایند و گروهی که چنین فرصتی از آنها گرفته شده است، یعنی نمی‌توانند به راه حلها مرحله تمرین و

سپس به هر دو گروه سه سؤال مشابه، کار ترکیب و فاصله ارائه گردید که برای حل آنها مجموعاً ۱۸ دقیقه فرصت داشتند. آزمودنیها نمی‌توانستند به جوابهای مرحله تمرین و آموزش مراجعه کنند. ضمناً آزمودنیها طوری قرار گرفته بودند که امکان تقلب نداشتند،

دانش آموزان برای مطالعه و یادگیری راه حلها، ۱۸ دقیقه فرصت داشتند (برای هر سؤال ۶ دقیقه). در مرحله آزمایش، کلیه برگه‌های مرحله تمرین از آنها گرفته شد و سپس ۳ سؤال معادل از نوع کار، ترکیب و فاصله در اختیار آنها قرار گرفت و مجموعاً ۱۸ دقیقه به آنها وقت داده شد تا مسائل را حل نمایند. دانش آموزان می‌توانستند وقت خود را از روی ساعت دیواری بزرگی که روی آنها نصب شده بود کنترل نمایند. بعد از اتمام وقت به دانش آموزان ۱۰ دقیقه فرصت استراحت داده شد و سپس به آنها ۳ مساله مشابه از نوع کار، ترکیب و فاصله ارائه گردید که ۱۸ دقیقه فرصت برای حل آن داشتند. سؤالات روی یک برگ A4 تایپ شده بود و جواب هر مساله در پایین آن نوشته می‌شد.

گروه دیگر در این مرحله از آزمایش گروه حل مساله بود. نام گروه حل مساله را غمداً به آنها دادیم تا از گروه دیگر متمایز شوند. در این مرحله از آزمایش گروه گواه نداریم. گروه حل مساله در مرحله تمرین و آموزش ۳ سؤال از نوع کار، ترکیب و فاصله دریافت ننمودند. ۲ دقیقه برای هر مساله فرصت داشتند که صورت آن را مطالعه کنند. سپس جواب مسائل که روی یک برگ A4 تایپ شده بود، به

آموزش مراجعه کنند. اگر حافظه یک عامل محدود کننده باشد پس گروهی که می‌توانند به راه حلها تمرین و آموزش مراجعه کنند، نسبت به گروهی که امکان مراجعه به این راه حلها را ندارند باید در حل مسائل معادل و مشابه لز عملکرد بهتری برخوردار باشند. برای نیل به این هدف آزمایش مرحله دوم پژوهش را انجام دادیم.

در مرحله دوم آزمایش آزمودنیها مجموع دانش آموزان دو کلاس ریاضی سال سوم بودند که تعداد آنها ۴۸ نفر بودند و به صورت تصادفی در دو گروه جای گرفتند. آزمودنیها به طور تصادفی به دو گروه ۲۴ نفری تقسیم شدند. یک گروه مانند آزمایش مرحله اول مسائل مربوط به مرحله آزمایش را در مرحله تمرین و آموزش دریافت ننمودند، یعنی ۳ مساله کار، ترکیب و فاصله و مسائل همان مسائل آزمایش مرحله اول بودند. دلیل تکرار مسائل این بود که چون گروههای آزمودنیها تغییر می‌کردند و روائی و پایایی مسائل به دست آمده بود، لذا نیازی به عوض کردن مسائل مورد استفاده نبود. این دانش آموزان ۶ دقیقه فرصت داشتند که صورت مسائل را مطالعه کنند. یعنی برای هر سؤال ۲ دقیقه. سپس جواب مسائل را به آنها ارائه دادیم.

معادل موفق‌تر از مسائل مشابه عمل می‌کنند؛ زیرا آنها ممکن است نتوانند راه حلها را چنان تغییر دهند که بتوانند از راه حل برای حل مسائل مشابه استفاده کنند.

برای به دست آوردن پایایی مسائلهای استفاده شده در این پژوهش، ۲۵ دانش‌آموز سال سوم دبیرستان شهید مطهری شهرستان تویسرکان انتخاب شد و برای به دست آوردن ضریب پایایی از آنها استفاده نمودیم. ابتدا مسائلهای مرحله آموزش و تمرین را به آنها ارائه دادیم و سپس مسائلهای معادل و مشابه مرحله آزمایش به آنها داده شد. بعد از مدت ۱۰ روز دوباره همان مسائلهایا به آنها ارائه شد و با مقایسه نمره‌های دو مرحله اجرا، ضریب پایایی آزمونها به دست آمد. ضریب پایایی برای مسائلهای تمرین  $57\%$  بود و برای مسائلهای مشابه  $63\%$  به دست آمد.

**یافته‌های و فرضیه‌های مربوط به مرحله اول پژوهش**

فرضیه اول: بین عملکرد گروهی که مسائلهای مربوط را دریافت ننمودند و گروهی که مسائلهای نامربوط را در مرحله آموزش و تمرین دریافت ننمودند، در حل مسائل معادل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.

آنها ارائه شد و برای هر مساله ۶ دقیقه فرصت یادگیری داشتند. البته صورت مسائلهای را نیز در اختیار داشتند و عدم ارائه همزمان سوالها و پاسخها به این دلیل بود که می‌خواستیم دانش‌آموزان بیشتر روی مسائل و حل آنها تمرکز کنند و برای حل آنها قبل از دریافت جوابها تلاش نمایند و برانگیخته شوند. در پایان وقت، ۱۰ دقیقه به آنها استراحت داده شد و سپس شش مساله معادل از نوع کار، ترکیب و فاصله به آنها ارائه شد. دانش‌آموزان این گروه می‌توانستند به راه حلها مراجعه کنند. دانش‌آموزان ۱۸ دقیقه فرصت برای حل مسائل داشتند و سپس به آنها ۳ مساله مشابه کار، ترکیب و فاصله ارائه شد. و برخلاف گروه دیگر که نمی‌توانستند به راه حلها مراجعه کنند آنها هر موقع که لازم می‌دیدند می‌توانستند به راه حلها مراجعه کرده و از آنها کمک بگیرند.

دانش‌آموزان ۱۸ دقیقه فرصت پاسخگویی به مسائل داشتند. هدف از این کار یعنی مراجعه به راه حلها این بود که نقش حافظه که تصویر می‌شد یک عامل محدودیت راست کترول شود. دانش‌آموزان معمولاً در کاربرد راه حلها خصوصاً در مسائل مشابه با مشکل مواجه می‌شوند، حتی زمانی که امکان مراجعه به راه حلها وجود دارد، دانش‌آموزان در حل مسائل

جدول ۱-۱. نتایج تحلیل آزمون ۱ مستقل برای فرضیه شماره ۱ مرحله اول پژوهش

متغیر	گروه	صیانگین	انحراف معیار	آ مشاهده شده	درجه آزادی	سطح معنی داری
مسائل معادل	گواه	۵/۲۲	۲/۳۴	۸/۴۴	۴۲	۰/۴۰۹
	آزمایشی	۶/۰۰	۳/۹۶			

نموده بودند در حل مسائل معادل کلاس جبر

جهت بررسی فرضیه اول پژوهش از آزمون ۱ برای دو گروه مستقل استفاده شد.

فرضیه دوم: بین عملکرد گروهی که در مرحله آموزش و تمرین مساله‌های مربوط را دریافت

نتایج آزمون ۱ در جدول شماره (۱-۱) آمده است.

نمودند و گروهی که مساله‌های نامربوط را دریافت نمودند، در حل مسائل مشابه کلامی آموزش و تفاوت وجود دارد.

همچنان که از جدول فوق بر می‌آید بین

برای بررسی فرضیه دوم پژوهش از آزمون ۱ برای دو گروه مستقل استفاده گردید و نتایج در جدول شماره (۱-۲) ارائه شده است.

عملکرد دو گروهی که مساله‌های مربوط و

مساله‌های نامربوط را در مرحله آموزش و تمرین دریافت نموده بودند در حل مسائل معادل کلامی جبر تفاوت معنی داری وجود ندارد و با توجه به سطح معنی داری ۰/۰۵ t به دست آمده مبنی بر نیست، و فرضیه

پژوهش مبنی بر تفاوت عملکرد گروهی که

مساله‌های مربوط را دریافت کرده بودند نسبت

به گروهی که مساله‌های نامربوط را دریافت

جدول ۱-۲. نتایج تحلیل آزمون ۱ مستقل برای فرضیه شماره ۲ مرحله اول پژوهش

متغیر	گروه	صیانگین	انحراف معیار	آ مشاهده شده	درجه آزادی	سطح معنی داری
مسائل معادل	گواه	۲/۶۳	۳/۰۶	۰/۰۵۵	۴۲	۰/۹۶
	آزمایشی	۲/۵۹	۲/۴			

امکان مراجعته به راه حلها را داشتند و گروه آزمایشی در حل مسائل معادل کلامی جبری تفاوت وجود دارد.

برای آزمون فرضیه فوق، از آزمون  $\alpha$  برای دو گروه مستقل استفاده شد. با توجه به جدول شماره (۲-۱) و سطح معنی داری  $0.05 < \alpha < 0.01$  به دست آمده معنی دار است و فرض پژوهشی ما تایید می شود و این نتیجه حاصل می شود که فراهم ساختن فرصت مراجعته به راه حلها در طول حل مساله های کلامی جبر بهبود عملکرد آزمودنها را به همراه داشته است و گروه حل مسائل معادل نشان داده اند.

همچنین ملاحظه میانگینهای دو گروه

آموزش و تمرین دریافت کرده بودند عملکرد بهتری را در حل مسائل مشابه کلامی جبری از خود نشان ندادند و تفاوت معنی داری به دست نیامد. با توجه به سطح معنی داری  $0.05 > \alpha$  به دست آمده معنی دار نیست و فرض پژوهش مبنی بر تفاوت در عملکرد گروهی که مسائل مربوط را دریافت نموده بودند نسبت به گروهی که مسائلهای نامربوط را دریافت نموده بودند در حل مسائل مشابه کلامی جبری رد می شود.

#### یافته های و فرضیه های مرحله دوم

##### پژوهش

فرضیه اول: بین عملکرد گروه حل مسائل که

جدول ۲-۱. تحلیل آزمون  $\alpha$  مستقل برای فرضیه شماره ۱ مرحله دوم پژوهش

متغیر	گروه	حل مسئله	میانگین	انحراف معیار	$\alpha$ مشاهده شده	درجه آزادی	سطح معنی داری
مسائل	گواه	۶/۱۳	۴/۲۷		۲/۱۷	۴۶	۰/۰۳۶
	حل مسئله	۹/۱۷	۵/۲۳				

تفاوت وجود دارد.  
جهت بررسی فرضیه دوم پژوهش از آزمون  $\alpha$  برای دو گروه مستقل استفاده شد و نتایج آزمون  $\alpha$  در جدول شماره (۲-۲) آمده است.

نشان می دهد که میانگین گروه حل مسائل از گروه آزمایش بیشتر می باشد.  
فرضیه دوم: بین عملکرد گروه حل مسائل که امکان مراجعته به راه حلها را داشتند و گروه آزمایشی، در حل مسائل مشابه کلامی جبر

## جدول ۲-۲. نتایج تحلیل آزمون ۱ مسئله کلامی جبر از نوع (کار، ترکیب و فاصله) ...

مسئله	معادل	حل مساله	۲/۳۴	۲/۳۹	۲/۵	۲/۲۸	انحراف معیار	امنگین	گروه	متغیر
۰/۸۰۲	۴۶	۲/۲۵۲								

دست نیامد. میانگین گروه گواه ۵/۲۳ و میانگین گروه آزمایش ۶ می باشد و با توجه به سطح معنی داری ۵/۰۵، مشاهده شده معنی دار نیست، یعنی آموزش فرایند آموزش که در آن یک مساله کلامی جبر همراه با راه حل به آزمودنی ارائه می شد و انتظار می رفت که دانش آموز بتواند از راه حل این مساله برای

حل مساله معادل مرحله آزمایش استفاده کند، مؤثر واقع نشد و در نهایت مشخص شد که گروه آزمایشی نتوانست بهتر از گروه گواه در حل مسائل معادل کلامی جبر عمل کند. این نتیجه تا حدودی غیرمنتظره بود، دانش آموزانی که مسائل مربوط به آنها ارائه شده بود می توانستند آن راه حلها و معادلات را دقیقاً برای مسائل معادل به کاربرند، اما مقایسه میانگینها نشان می دهد که چنین اتفاقی رخ نداده است. اگر دانش آموزان می توانستند معادله را برای مساله مورد نظر تشکیل دهند، برای حل مسائل معادل با مشکل قابل توجهی رو به رو تبودند. مشکل اصلی این بود که

همان طور که در جدول (۲-۲) مشاهده می شود با توجه به سطح معنی داری ۱٪۰۵ مشاهده شده معنی دار نیست و فرضیه پژوهش رد می شود و نتیجه می گیریم که دو گروه در حل مسائل مشابه کلامی جبر تقریباً عملکرد یکسانی را با توجه به میانگینها دارند.

## بحث، نتیجه گیری و پیشنهادها

در این قسمت ابتدا به فرضیه های مرحله اول آزمایش می پردازیم:

فرضیه اول: بین عملکرد گروهی که مسائلهای مربوط را دریافت نمودند و گروهی که مسائلهای نامربوط را در مرحله آموزش و تمرین دریافت کرده اند، در حل مسائل معادل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.

با توجه به جدول شماره (۱-۱) بین عملکرد گروه گواه که مسائل نامربوط را دریافت نمودند و عملکرد گروه آزمایشی که مسائل مربوط را دریافت نمودند در حل مسائل معادل کلامی جبر تفاوت معنی داری به

اطلاعات را به ما می‌دهد که عملکرد گروه آزمایشی که مسائل مربوط را دریافت نموده بودند، و گروه گواه که مسائل نامربوط به آنها ارائه شده بود، در حل مسائل کلامی جبر تفاوت معنی‌داری وجود نداشت، میانگینهای دو گروه به هم نزدیک بود میانگین گروه گواه ۲/۶۳ و میانگین گروه آزمایش (۲/۵) بود و با توجه به سطح معنی‌داری ۰/۰۵ مشاهده شده معنی‌دار نیست و فرضیه پژوهشی ما تأیید نمی‌شود.

برای حل مسائل معادل، دانش‌آموز نیاز نداشت که تغییری در معادله آموزش داده شده در مرحله تمرین ایجاد نماید. اما برای حل مسائل مشابه لازم بود که دانش‌آموز در ساختار معادله نیز تغییراتی ایجاد نماید تا بتواند مسائل مشابه را در مرحله آزمایش حل نماید و این، کار را برای دانش‌آموز قدری مشکل می‌ساخت. اغلب دانش‌آموزان در تشکیل معادله برای حل مسائل مشابه ناتوان بودند و بالطبع در حل مسائل هم شکست می‌خوردند. رید (۱۹۸۵) در پژوهش خود در رابطه با تأثیر نمونه مسائل حل شده کلامی جبر روی مسائل مشابه نتایجی را به دست آورد که با نتایج پژوهش ما مشابه دارند. در پژوهش رید، گروهی که مسائل مربوط را دریافت نموده

دانش‌آموزان نمی‌توانستند معادله‌های مرحله‌ی آموزش و تمرین را در ذهن خود بازنمایی کنند و آنها را برای مسائل معادل مرحله آزمایش به کاربرند. البته نوشتن معادله صحیح برای مسائل به متزله این نبود که دانش‌آموز حتماً می‌تواند مساله را صحیح حل کند. برخی از دانش‌آموزان حتی با نوشتن معادله صحیح برای مسائل معادل مرحله آزمایش باز هم نتوانستند، مسائل را به طور کامل و دقیق حل نمایند.

(استافن رید، ۱۹۸۵) در پژوهش خود به نتایجی دست یافت که تا حدودی با نتایج پژوهش ما مشابه بود. تحقیق رید نشان داد که بین گروه گواه و گروه آزمایشی در حل مسائل معادل کلامی جبر تفاوت معنی‌داری وجود ندارد. در پژوهش رید تنها مشخص شد که دانش‌آموزان گروه آزمایشی معادلات درست بیشتری نسبت به گروه گواه تشکیل داده‌اند و این تفاوت از لحاظ آماری معنی‌دار بود. فرضیه دوم: بین عملکرد گروهی که مسائلهای مربوط را دریافت نمودند و گروهی که مسائلهای نامربوط را در مرحله آموزش و تمرین دریافت کرده‌اند در حل مسائل مشابه کلامی جبر تفاوت وجود دارد. یافته‌های جدول شماره (۲-۱) این

میانگین بالائی نسبت به گروه گواه نشان ندادند، احتمال دارد که حافظه در این زمینه محدودیت ایجاد کند و همچنین احتمال می‌رود دانش آموزان مسائل مرحله آموزش و تمرین را به خوبی فرا نگرفته بودند تا بتوانند یادگیری خود را به مسائل مرحله آزمایش انتقال دهند. برای کنترل حافظه در انتقال یادگیری آزمایش مرحله دوم اجرا شد، تا نقش محدود کننده حافظه در انتقال یادگیری کنترل شود.

فرضیه‌های مرحله دوم پژوهش الف) بین عملکرد گروه «حل مساله» که امکان مراجعه به راه حلها را دارند و گروه «آزمایش» در حل مسائل معادل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.

با توجه به جدول شماره (۱-۲) بین میانگین گروه «آزمایشی» که امکان مراجعه به راه حلها را نداشتند و تنها سوالهای مربوط را دریافت نمودند و گروه «حل مساله» که هم سوالهای مربوط را دریافت نمودند و هم امکان مراجعه به راه حلها برای آنها در مرحله آزمایش فراهم شده بود تفاوت معنی دار وجود دارد. میانگین گروه آزمایش ۱۳/۶ و میانگین گروه حل مساله ۹/۱۷ است و با توجه به سطح

بودند نتوانستند نسبت به گروهی که مسائل نامربوط را دریافت کرده بودند عملکرد بهتری را از خود نشان دهند.

در این پژوهش این پیش فرض وجود داشت که دانش آموزان چه در سال تحصیلی جاری «سال سوم دبیرستان» و چه در سالهای قبل با مسائل کلامی جبر و معادلات جبری آشنا شده‌اند و یک زمینه یادگیری قبلی را با خود همراه داشته‌اند، که با کمک نمونه مسائل حل شده‌ما، یادگیری آنها کاملتر و دقیق‌تر می‌شود، به طوری که دانش آموزان بتوانند به مسائل مرحله آزمایش پاسخ دهند. اما میانگین پایین نمره‌های دانش آموزان چیزی خلاف فرض تحقیق حاضر را ثابت نمود. علی‌رغم آموزش، میانگین دانش آموزان همان طور که در جدولهای شماره‌ی (۱-۱) و (۲-۱) مشاهده می‌شود، پایین است و این نشان می‌دهد که یادگیریهای قبلی دانش آموزان در سطح رضایت بخشی نیست.

فرض دیگر ما این است که احتمالاً دانش آموزان در به خاطر آوردن معادله‌ها و راه حل‌های مرحله تمرین و آموزش در مرحله آزمایش مشکل دارند، زیرا دانش آموزان گروه آزمایشی حتی در حل مسائل معادل که نیاز نبود در ساختار معادلات تغییری ایجاد کنند،

می‌باشد و با توجه به سطح معنی داری ۰/۰۵ می‌باشد. مشاهده شده معنی دار است و فرضیه پژوهشی ما تأیید می‌شود. پس نتیجه می‌گیریم که امکان مراجعه به راه حلها، دانش آموzan را در گروه حل مساله قادر ساخته است که در مقایسه با گروه آزمایشی مسائل معادل کلامی جبر را بهتر حل کنند.

در پژوهش استافن رید (۱۹۸۵) تأیید شد که دانش آموزانی که امکان مراجعه به راه حلها برای آنها مهیا شده است در حل مسائل معادل کلامی جبر از خود شایستگی بیشتری نسبت به دانش آموزانی که تنها سوالات مربوط را دریافت نموده‌اند نشان داده‌اند.

فرضیه دوم: بین عملکرد گروه حل مساله که امکان مراجعه به راه حلها را داشتند و گروه آزمایش، در حل مسائل مشابه کلامی جبر تفاوت وجود دارد.

در این پژوهش، تصور بر این بود که نمونه مسائل حل شده یک طرحواره‌ای از چارچوب معادله در ذهن دانش آموز ایجاد می‌کند و او را قادر می‌سازد تا با توجه به معلومات و اندوخته‌های قبلی خود، این طرحواره را به مساله آزمایش اورده و مساله را حل نماید. در مراحل دوم این پژوهش نقش گرانباری حافظه نیز در نظر قرار گرفته شد و محدودیتی را که امکان داشت ایجاد نماید، کنترل گردید. همان طور که مشخص شد دانش آموzan در

معنی داری ۰/۰۵، مشاهده شده معنی دار است و فرضیه پژوهشی ما تأیید می‌شود. پس نتیجه می‌گیریم که امکان مراجعه به راه حلها، دانش آموzan را در گروه حل مساله قادر ساخته است که در مقایسه با گروه آزمایشی مسائل معادل کلامی جبر را بهتر حل کنند.

در پژوهش استافن رید (۱۹۸۵) تأیید شد که دانش آموزانی که امکان مراجعه به راه حلها برای آنها مهیا شده است در حل مسائل معادل کلامی جبر از خود شایستگی بیشتری نسبت به دانش آموزانی که تنها سوالات مربوط را دریافت نموده‌اند نشان داده‌اند.

فرضیه دوم: بین عملکرد گروه حل مساله که امکان مراجعه به راه حلها را داشتند و گروه آزمایش، در حل مسائل مشابه کلامی جبر تفاوت وجود دارد.

با مشاهده جدول شماره (۲-۲) نتیجه می‌گیریم دانش آموzan گروه «حل مساله» که امکان مراجعه به راه حلها مرحله تمرین و آموخت را داشتند و گروه «آزمایشی» که تنها سوالات مربوط را همراه با راه حلها دریافت نمودند در حل مسائل مشابه کلامی جبر تفاوت معنی داری وجود ندارد. لذا فرضیه پژوهش تأیید نمی‌شود. میانگین گروه حل مساله ۲/۳۴ و میانگین گروه آزمایشی ۲/۵

نامشخص از یک محلول جدید است. در حالی که در مساله مشابه مرحله آزمایش مقدار محلول جدید مشخص بود، اما مقداری که می‌باشد اضافه شود نامعلوم بود. البته هر یک از الگوهای مانشان دهنده الگوی متفاوتی ندادند. در آزمایش مرحله دوم و سوم ثابت مقوله فاصله متعلق به الگوی یکسانی بودند، دو مسأله، مربوط به دو ماشین هستند که یکی زودتر حرکت می‌کند و دیگری دیرتر، ولی ماشین دوم با سرعت بیشتری از اولی سبقت می‌گیرد. هر دو مسأله می‌توانند از طریق معادله یکسانی حل شوند. اما در مسأله تمرین و آموزش زمان مسافت نامعلوم است و در مسأله آزمایش سرعت اتومبیل مجهول است. فقدان انتقال بین این دو مسأله ممکن است به این دلیل باشد که دانش آموزان، در کاربرد یک راه حل مشابه حتی وقتی که دو مسأله متعلق به الگوی یکسانی هستند مشکل داشته باشند. دانش آموزان حتی وقتی که معادله را صحیح می‌نوشتند یک دسته خطاهای رایج در مرحله زیر هدف در جوابهای خود نشان می‌دادند. خطای رایجی که برای مسائل ترکیب مشابه و مسأله کار رخ می‌داد، خطای جور کردن بود. خطای جور کردن اشاره به این دارد که

آزمایش مرحله اول نتوانستند راه حلها را برای مسائل معادل و مسائل مشابه به کار ببرند. دانش آموزانی که مسائل مربوط را تمرین کرده بودند عملکرد بهتری نسبت به دانش آموزانی که مسائل نامربوط تمرین کرده‌اند از خود نشان ندادند. در آزمایش مرحله دوم و سوم ثابت شد که با ایجاد تغییراتی در روند و شیوه استفاده شده در آزمایش مرحله اول انتقال یادگیری بهبود یافت. گرچه این انتقال در مسائل معادل رخ داد اما در مسائل مشابه چنین انتقالی مشاهده نگردید. دادن اجازه به دانش آموزان در حین حل مسأله که به راه حلها مرحله تمرین و آموزش مراجعه کنند تنها عملکرد دانش آموزان را در مسائل معادل کلامی جبر بهبود بخشید.

مطابق تاسکسونومی (طبقه‌بندی) مایر (۱۹۸۱)، دو مسأله مشابه (کار، ترکیب) متعلق به مقوله‌های متفاوتی هستند. مسأله کار مرحله تمرین، شامل دو نفر است که با هم در زمان یکسان کار می‌کنند، در حالی که در مسأله مشابه مرحله آزمایش یک کارگر مدت زمان بیشتری کار می‌کند. مسأله ترکیب مرحله آموزش و تمرین مستلزم اضافه کردن یک مقدار مشخص از یک محلول به بک مقدار نامعین دیگر، برای به دست آوردن یک مقدار

امکان مراجعه به آنها در طول حل مسائل مرحله آزمایش عملکرد بهتری نسبت به گروه آزمایشی در مسائل معادل کلامی جبر داشته باشند. بررسی نتایج نشان داد، انتقال یادگیری به مسائل معادل بسیار پایین بود و میانگین نمره‌های دانشآموزان دریافت کننده مسائل مربوط، انتظارات ما را برآورده نساخت.

#### پیشنهادها

دیدگاه‌های جدید، آموزش ریاضی را یک فرایند فعال و سازنده می‌داند و آموزش و تدریس ریاضی را بر مبنای اوضاع و موقعیتها بی که مسئله در آنها قرار گفته و واقع می‌شود توصیه می‌کند. از جمله مهمترین هدفهای آموزش ریاضی آن است که تمام دانشآموزان یاد بگیرند برای ریاضی ارزش قائل شوند، یعنی به کارائی و ارزش اهمیت ریاضی در جریان زندگی و در پرورش ذهن و اندیشه واقف گردند. تمام دانشآموزان بتوانند ارتباط ریاضی وار برقرار کرده و ریاضی وار استدلال کنند و نسبت به ریاضی قدردانی داشته باشند تا دانش آموزانی بشوند که به قابلیت و تواناییهای خود در انجام ریاضی اعتماد پیدا کنند و در نهایت، توانایی حل مسئله‌های ریاضی پیدا کنند. همراه با این

بدون اینکه تغییرات مناسبی در معادله تمرين به وجود آید تا متناسب با مسئله آزمایش شود، از معادله استفاده می‌شود. خطای جور کردن در تشکیل معادله هم رخ می‌دهد. برای ساخت یک معادله صحیح تمام روابط بین دو معادله باید صحیح باشد و در عمل جور کردن باید مفاهیم تشکیل دهنده معادله مرحله تمرين و معادله مرحله آزمایش مورد توجه قرار گیرند. یکی دیگر از خطاهایی که از دانشآموزان سر می‌زد، خطای مقدار است. خطای مقدار به ما نشان می‌دهد که دانشآموز معادله تمرين را تغییر داده است اما مقادیر را در بخش‌های معادله به طور صحیح جایگزین نکرده است.

به طور خلاصه هدف اصلی از پژوهش حاضر این بود که دانشآموزان بتوانند از راه حل یک نمونه مسئله حل شده به شناخت کافی برسند و به مفاهیم و روابط موجود در راه حلها پی ببرند. آن‌گاه، بتوانند یادگیری خود را به مسائل معادل و مشابه کلامی جبر که از همان مقوله بودند انتقال دهند. دو مرحله آزمایش نخست نتوانست یک درک مفهومی از راه حلها برای دانشآموزان فراهم نماید و تنها در آزمایش مرحله دوم دانشآموزان گروه حل مسئله ما توانستند با استفاده از راه حلها و

سرنوشت‌ساز است.

۲. باید توجه داشت که آیا دانش‌آموز مفاهیم مورد نیاز برای حل مسئله را می‌داند و سنجش آن نیز برای حل مسئله ضروری است. یادگیرنده‌ای که اصول و مفاهیم حل مسئله را

نداند، قادر به حل مسئله نخواهد بود.

۳. در صورتی که فراگیر ما، اصول و مفاهیم حل مسئله را نمی‌تواند یادآوری کند، کمک کردن به دانش‌آموز برای به خاطر آوردن این اصول و مفاهیم و روابط بین آنها امری ضروری است، در صورتی که دانش‌آموز بتواند اصول و مفاهیم تشکیل دهنده مسئله را به یاد آورد و روابط میان آنها را یعنی یک اصل سطح بالاتر را به خاطر آورد، در واقع به جواب مسئله تقریباً رسیده است.

۴- به دانش‌آموزان بعد از فراگیری اصول و مفاهیم ابتدا شیوه (رویه) آموزش داده شود و سپس نمونه مسئله برای آنها حل شود و به محدودیت‌های نمونه حل شده در حل مسائل

بعدی توجه شود، همان طور که در این پژوهش ثابت شد از راه حل یک مسئله معادل به ندرت می‌توان به راه حل یک مسئله مشابه رسید. در ضمن، حل مسئله را باید خود دانش‌آموزان تجربه کنند به اینکه عادت نمایند از الگوی حل شده از قبل استفاده نمایند. تکرار

هدفها و دیدگاهها، تغییرات عمدۀ ای در ابعاد گوناگون به وقوع پیوسته است که همگی دلالت بر ضرورت تغییر برنامه درسی، محترم، روش تدریس و ارزشیابی ریاضی می‌کنند.

با توجه به یافته‌های این پژوهش می‌توان از این یافته‌ها در فرایند تغییر برنامه درسی، آموزش و تغییر در فرآیند یاددهی ریاضی شرایط را برای یادگیری بهتر مفاهیم و اصول ریاضیات و انتقال یادگیری آسانتر فراهم آورد. در دهه‌های هشتاد و نود میلادی تحقیقات گسترده‌ای صورت گرفته و آثار پولیا مورد بازنگری قرار گرفته است (جفری هاووسون، به نقل از ناهید ملکی). ادبیات پژوهشی آموزش ریاضی در دهه هشتاد سرشمار از تحقیقات متعدد در زمینه حل مسئله می‌باشد؛ و عوامل تأثیرگذاری همچون فراشناخت و نقش آن در ارتقای حل مسئله مورد توجه قرار گرفته است.

با توجه به یافته‌های این پژوهش پیشنهادهای زیر در رابطه با آموزش و تدریس مسائل کلامی جبری می‌شود:

۱. رفتارهای ورودی یادگیرنده‌گان را باید مدنظر داشت، یادگیریهای قبلی دانش‌آموز در زمینه حل مسئله برای یادگیری جدید

- حل مسائل حل شده به رشد تفکر حل مسأله دانش آموزان کمک نمی کند در صورتی که راه حل را دانش آموز با توجه به اندوخته های قبلی پیدا کند بهتر است.
- ۵- در صورتی که مطمئن شدیم مفاهیم و اصول پایه مربوط به مسائل کلامی جبر را دانش آموز می داند و می تواند یادآوری کند، نمونه مسائل پیچیده و راه حل آنها دانش آموز را بهتر قادر می سازد تا مسائل پیچیده و مشابه بعدی را حل نمایند تا ارائه مسائل ساده کلامی جبر.
- ۶- ارائه مسائل ساده و پیچیده کلامی به طور هم زمان، در انتقال یادگیری به مسائل بعدی که از همان مقوله هستند بهتر کمک می کند.
- ۷- نقش طرحواره های تشکیل شده در حافظه و تأثیر آن در بازنمائی راه حل های مسأله را باید مدنظر داشت. معمولاً "دانش آموزان با توجه به اندوخته های قبلی خود طرحواره ها را برای حل مسائل جدید در ذهن خود بازنمائی می کنند و این طرحواره ها کمک می کنند که مفاهیم و اصول از قبل فراگرفته شده به مسأله مورد نظر انتقال یابند.
- ۸- نقش گرانباری حافظه را باید در حل مسأله مدنظر داشت، دانش آموزان با حل مسائل متعدد می توانند به یادگیری در حد تسلط برستند و ارائه مثالهای متعدد به عنوان یک
- ۱- پژوهش های بعدی نقش و تأثیر نمونه می شود که:
- ۲- پیشنهادهایی برای پژوهش های بعدی: با توجه به اینکه نقش و تأثیر نمونه مسائل حل شده کلامی جیری (از نوع کار، ترکیب و فاصله) بر روی مسائل معادل و مشابه کلامی جبری، در این پژوهش بررسی شد، پیشنهاد می شود که:
- ۳- پژوهش های بعدی نقش و تأثیر نمونه
- ۴- معلم باید به نقش مهم مسائل مسأله ای در انتقال یادگیری و گرانباری حافظه دارد.
- ۵- تکلیف به دانش آموز نقش تسهیل کننده ای در کافی صورت گیرد.
- ۶- برای کم شدن نقش حافظه در مراحل اولیه معلم باید به دانش آموزان فرصت دهد تا امکان مراجعته به راه حلها، اصول حل مسأله و غیره را داشته باشند. همچنین این پژوهش بر نقش مهم امتحاناتی که به روش کتاب باز انجام می شود تأکید می کند.
- ۷- معلمان باید درنگاه به خطاهای حل مسأله بین انواع خطاهای از قبیل خطاهای مقداری و چارچوب تفاوت بگذارند. این ملاحظات هم در نمرة دانش آموزان و هم در فیزیک به معلم برای توجه ناقص کار تدریس وی ابزار مؤثری است.

- مسائل حل شده را در حوزه‌های دیگر بررسی کنند.
- تهران و همچنین بر روی دانشآموزان دختر صورت گیرد می‌توان نتایج متفاوتی را انتظار داشت.
- ۵- مُؤلفه‌های عاطفی، نظری نگرش، خودپنداره ریاضی، ارزشمند بودن حل مسئله و کاربرد آن برای دانشآموز در پژوهش بسیار اهمیت دارد، از این رو بررسی و تأثیر مؤلفه‌های ذکر شده در عملکرد حل مسئله ضروری است.
- ۲- در پژوهش‌های بعدی تأثیر آموزش شیوه و مثال در یادگیری دانشآموزان در حوزه‌های مختلف بررسی شود.
- ۳- با توجه به تأثیر نمونه مسائل حل شده پیچیده و ساده بر روی یادگیری و انتقال یادگیری خصوصاً در مسائل کلامی جبر، بررسی و پژوهش در این رابطه لازم است.
- ۴- در صورتی که همین پژوهش در نمونه‌هایی با حجم بیشتر خصوصاً در کلان شهر

## منابع

## لاین

- Feltovich, P.J., & Glaser, R. (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science*, 5, 121-152.
- Gick, N. L., & Holyoak, K. J. (1980 a). Analogical problem solving. *Cognitive Psychology*, 12, 306-355.
- Gick, N. L., & Holyoak, K. J. (1980 b). Schema induction and analogical transfer. *Cognitive Psychology*, 15-1-38.
- Greeno, J. G. (1983). Forms of understanding in mathematical problem solving. *Learning and Motivation in the Classroom*, (pp. 83-111).
- Larkin, J. (1980). Teaching problem solving in physics: The psychological laboratory and the practical classroom. In F. Reif & D. Tuma (Eds.), *Problem Solving in education: Issues in teaching and research*. HJ: Lawrence Erlbaum.
- Mayer, R.E. (1981). Frequency norms and structural analyses of algebra story problems into families categories. and templates. *Instructional Science*, 10, 135-174.
- Reed, S. K. (2000). Problem solving. in A. E. Kazain (Ed), Encyclopedia of psychology (Vol. 8, pp. 71-75). Washny to no Dc. American psychologcal Association and Oxford University Press.
- Stephen, K. R. & Cheryl, A. B. (1991). Use of examples and procedures in problem solving. *Journal of experimental psychology; learning, memory, and cognition*, vol. 17. No. 4.753-766.
- Stephen, K. R. Alexandra, D. & Michael. (1985). Usefulness of analogous solutions for solving algebra word problems. *Journal of Experimental Psychology, Learning, Memory and Cognition*, vol, 11, No, 106-125.
- Stephen, K. R. (1987). A structure- mapping molel for word problem. *Journal of experimental pschology, learning, memory, and cognition*, vol, 1, No. 1, 124-139.
- Sweller, J, & Cooper, G.A. (1985). The use of worked *examples as* a substitute for problem solving in learning algebra. *Cognition and instruction*. 2. 59-89.