

تاریخ دریافت مقاله: ۱۱/۱/۸۲  
بررسی مقاله: ۱۵/۱۲/۸۳  
پذیرش مقاله: ۱۱/۷/۸۴

مجله علوم تربیتی و روانشناسی  
دانشگاه شهید چمران اهواز، ۱۳۸۴،  
دوره سوم، سال دوازدهم، شماره ۲  
صص: ۴۲-۲۴

## مقایسه ارائه مثال ساده و پیچیده و رویه در حل مسائل کلامی جبه در دانش آموزان دختر سال سوم ریاضی - فیزیک

جواد کاووسیان\*

دکتر پروین کدیور\*\*

دکتر حمید رضا غریبی سامانی\*\*\*

دکتر محمد نقی فراهانی\*\*

### چکیده

دو مطالعه برای بررسی این که جمگونه دانش آموزان از مثال و رویه در حل مسائل کلامی جبر استفاده می کنند طراحی شد. در مطالعه اول تأثیر آموزش از طریق مثال و رویه در حل مسائل کلامی جبر بررسی گردید. آزمودنیها ۷۳ دانش آموز دختر دبیرستانی سال سوم ریاضی - فیزیک بودند که به صورت تصادفی در سه گروه جایگزین شدند. یک گروه از طریق ارائه مثال ساده آموزش دیدند، گروه دوم با رویه و سومین گروه با رویه و مثال ساده آموزش دیدند. تحلیل نتایج نتایج معنی داری را بین سه گروه نشان نداد. در مطالعه دوم سه موقعیت آموزشی جدید شامل مثال پیچیده، مثال ساده و مثال ساده، مثال پیچیده و رویه به دو گروه مطالعه اول یعنی شرایط مثال ساده و رویه اضافه شد. آزمودنیها ۱۲۲ نفر بودند و روند آزمایش شبیه مطالعه اول بود. نتایج نشان داد که استفاده از مثالها با سطوح دشواری متفاوت، توانایی آزمودنیها را در حل مسائل کلامی جبر بهبود می بخشد و این نتایج با پیشنهاد تجربی و نظری معمولانی دارد.

کلید واژگان: مسائل ساده، مثال ساده، مثال پیچیده، رویه

\* عضو هیأت علمی دانشگاه تربیت معلم ( مؤسسه تحقیقات تربیتی )

\*\* عضو هیأت علمی دانشگاه اصفهان

\*\*\* عضو هیأت علمی دانشگاه تربیت معلم

## مقدمه

محض کنند و حل بی در بی این مثالها در تقویت یادگیری آنها مؤثر واقع می‌شود و به میزانی که دانش آموزان مثالهای آموزشی را برای خود توضیح و تفسیر می‌کنند نشان دهنده این است که چه میزانی از آنها را آموخته‌اند (چسی، باسوک، لویس، ریمان و گلسر<sup>۱</sup>؛ ۱۹۸۹، نقل از ترافن و رایر<sup>۲</sup>، ۲۰۰۳). با وجود این، دانش آموزان می‌توانند از طریق فراایند خود توضیحی قوانین حل مسئله را به دست آورند. الگوهای تعمیم مثال<sup>۳</sup> پیشنهاد می‌کنند که دانش حل مسئله اساساً در حین مطالعه مثالهای اکتساب می‌شود.

سوئیلر و کوپر (۱۹۸۵)، به نقل از سوئیلر، (۲۰۰۳) برآئند که حل مسئله بدون راهنمای وسیله آموزشی ضعیفی است و تنها باید به عنوان محركی برای توجه دانش آموزان به مسائل استفاده شوند. درمن و همکاران (۱۹۷۴)، به نقل از رید

دو رویکرد رایج در آموزش حل مسائل ریاضی، یکی استفاده از مثال<sup>۱</sup> و دیگری استفاده از رویه‌ها<sup>۲</sup> راهکارها می‌باشد. هر کدام از این روشها مزیتها و معایب دارد؛ مزیت مثال این است که نشان می‌دهد چگونه روشها را می‌توان در یک موقعیت خاص به کار برد. ولی عیوب مثال آن است که ممکن است در حل مسائلی که با مثال آموزشی تفاوت اندکی دارند، چندان سودمند نباشند (رید، دمستر و اتنینگر<sup>۳</sup>، ۱۹۸۵).

در نقطه مقابل مزیت یک رویه یا قاعده<sup>۴</sup> این است که گامهای جزئی و سازنده برای حل مسائل مختلف به دست می‌دهند. یک قاعده به ما می‌گوید وقتی یک شخص نسبت به دیگری بیشتر کار می‌کند چه باید کرد، و قاعده دیگر به ما نشان می‌دهد وقتی زمان مجهول است چه راهی را باید رفت تا به جواب مسئله رسید. ولی یک مشکل اساسی در خصوص رویه‌ها اینست که انتزاعی بوده و از تکلیف به عنوان یک کل شناخت ناچیزی می‌دهند (اسمیت و گودمن<sup>۵</sup>، ۱۹۸۴؛ به نقل از رید، ۱۹۹۱).

یادگیری از طریق مثال اهمیت دارد، چون دانش آموزان از این طریق مثالها را مطالعه

## 1- example      2- Procedures

3- Reed, Demster &amp; Ettinger

4- rule

5- Smith &amp; Geedman

6- Chi, Bassok, Lewis, Reiman &amp; Glaser

7- Traftan &amp; Riser

8- example generalization models

(۱۹۸۵) اویین پژوهش را بر روی انتقال یادگیری در این زمینه انجام دادند. در این تحقیق انتقال یادگیری بین دو معلمای (معلمای مبلغان مسیحی و آدمخوارها و معلمای شهران حسود) بررسی شد. معلمای زیر عیناً از معلمای مبلغان مسیحی ساخته شده است که در آن واژه شهر حسود (بلد) به جای آدمخوار و همسر به جای مبلغ مسیحی نشسته است.

«سه شهر حسود و همسران آنها مجبور بودند برای عبور از رودخانه از قایق استفاده کنند. اما قایق آنها آنقدر کوچک بود که بیشتر از ۲ نفر در آن جای نمی‌گرفت. ساده‌ترین روش اینست که هر شش نفر بتوانند با هم از رودخانه عبور کنند تا اینکه هیچ زنی با مردی غیر از شهر خود در قایق تنها نماند. اما برای عبور باید یک نفر در قایق باشد و هر بار یک نفر همراه او از رودخانه عبور کند و بعد از پیاده کردن، برای عبور بقیه از رودخانه با قایق برگرد» (رید، ۱۹۸۵).

نکته جالب توجه این است که هر چند تغییر بسیار ساده‌ای در این معلمای صورت گرفته است با این حال تنها در صورتی دانش آموزاند: به حل معلمای شهر حسود نائل می‌شوند که: ۱) به دانش آموزان رابطه بین دو مسئله (این که همسران با مبلغان مسیحی و شهرها با آدمخوارها ربط دارند) گفته شود و ۲) مسئله شهرهای حسود (بلد) مقدم بر مسئله

مبلغان مسیحی بیان شود. مشکل دستیابی به انتقال یادگیری بین این دو مسئله مشابه، تجربی‌آور است.

رید، ارنست<sup>۱</sup> و بارنجه<sup>۲</sup> (۱۹۷۴) و جنتر<sup>۳</sup> (۱۹۸۳)، به نقل از رید، (۲۰۰۰) فرضیه نگاشت<sup>۴</sup> را برای تبیین فقدان انتقال بین مسئله مبلغان مذهبی و آدمخوارها و حسادت همسر به کار بودند، به این صورت که یک تا بسیاری نگاشت هم ریخت<sup>۵</sup> از میسیونرها و آدمخوارها به همسران و شهرها یک حرکت واحد را می‌ین نمی‌کند، به همین خاطر لازم است بین سه همسر و سه شهر تمايز قائل شد. در مقابل، بسیاری نگاشت تا یک نگاشت در جهت عکس، یک حرکت واحد را معین می‌کند.<sup>۶</sup>

1- Ernest

2- Barenji

3- Genter

4- mapping hypothesis

5- homomorphic

6- انتقال یادگیری از یک مثال به مثال دیگر نیازمند شیوه‌های مناسب می‌باشد. روش‌های آموزش حل مسئله بر روشهای اثربخش انتقال تأکید دارد. در حیطه روانشناسی شناختی مسئله مبلغان مسیحی و آدمخواران مسئله مشهوری می‌باشد، در حالی که مسئله مبلغان به صورتی تغییر باید که شکل مسئله

کاملاً حفظ شود و فقط مبلغین مذهبی با همسران آدمخواران با شوهران حسوسد جایگزین شود و آدمخواران به عبارت دیگر معمای آدمخواران و مبلغین مذهبی به چندین معنای مربوط به شوهران حسوسد و همسران آنها تبدیل شده است، این تبدیل یک به چند مسأله را همراه خواهد بود مسأله می‌نماید نوع دیگر همراه خواسته تبدیل چند مسأله به یک مسأله می‌باشد، رید متوجه شد که دو نوع همراه خواسته وجود دارد، همراه خواسته یک به چند (مثل تبدیل معمای مبلغین به معمای شوهران حسوسد) یک راه حل منحصر به فرد ندارد و راه حل آن در جهت تبدیل یک مسأله ساده به دشوار است، در حالی که همراه خواسته بر عکس آن یعنی تبدیل چند به یک (مانند تبدیل معمای شوهران حسوسد به مبلغین مذهبی) یک راه حل منحصر به فرد ایجاد می‌کند زیرا آزمودنی به جای اینکه حالتی متمدد شوهر حسوسد مربوط به کدام همسر را بیان کند کافی است مبلغ مذهبی و آدمخوار را در نظر بگیرد که دیگر تمیز آنها از هم مهم نیست، به عبارت دیگر مسأله دشوار به مسأله ساده‌تری تبدیل می‌شود به همین دلیل رید شد که هرگاه ابتدا معمای مبلغان و آدمخواران حل شود که همراه این مسأله زن تفاوت وجود دارد، یکی از آنها در راقع بین سه زن تفاوت وجود دارد، یکی از آنها همسر یک مرد حسوسد است در حالی که دو نفر دیگر ارتباطی با او ندارند، به این ترتیب دیده می‌شود که بین سه زن و سه مرد از نظر رابطه با یکدیگر باید تمیز داده شوند، روشن است که مسأله مبلغین مذهبی و آدمخواران به مسائل متعددی تبدیل شده است که بر یکریخت می‌گویند، اما اگر انتقال یک به چند یا

نتیجه پژوهش نشان داد که استفاده از مسئله پیچیده انتقال یادگیری را در مسائل پیچیده ترا آسان می‌سازد. (۲۳) قواعد نگاشت<sup>۲</sup> برای حل مسائل: در این رویکرد آموزش بسا راه حل مسئله ساده آغاز می‌شود تا از این طریق چهارچوبی از راه حل مسئله در ذهن فراگیر شکل شده و در نهایت آنها را برای حل مسائل پیچیده بکار برد.

لارکین<sup>۴</sup> و همکاران (۱۹۸۸)، به نقل از رید، (۱۹۹۱) بر این باورند که سیستم‌های مبتنی بر طرح‌واره برای بهبود آموزش مؤثر بوده و ما را یاری می‌دهند تا پتوانیم شیوه‌های مؤثر سازماندهی دانش را فراهم کنیم. گرینو<sup>۵</sup> (۱۹۸۳)، به نقل از رید، (۱۹۹۱) شواهدی را ارائه می‌دهد که نشان می‌دهند، چگونه

این فرضیه‌های نگاشت سه چالش را برای دستیابی به انتقال مشخص می‌کند؛ (۱) زمانی که نگاشت بین مسائل غیریک‌ریخت است؛ رید (۱۹۸۷) در پژوهشی بر اساس نظریه نگاشت-ساختاری جنتر (۱۹۸۳) نشان داد که دشواری یافتن ویژگی‌های مشابه و رابطه مسئله آموزشی و مسائل آزمون را می‌توان از طریق دشواری نسبی استفاده از راه حل مسئله آموزشی برای حل مسائل آزمون پیش‌بینی کرد. نتایج این پژوهش نشان داد که دانش‌آموzan در ساخت معادله صحیح برای مسائل ایزومورفیک موفق تر بودند تا ساخت معادله برای مسائل غیریک‌ریخت و همچنین دشواری نسبی ساخت معادله با دشواری نسبی در جوهر کردن<sup>۶</sup> کمیتهای مسئله آزمون با کمیتهای مسئله آموزشی مرتبط بود. (۲)

نگاشت از مسئله ساده به مسئله پیچیده: رید و ورس (۱۹۹۰) پژوهش قبلی (پژوهش سال ۱۹۸۷) را دنبال کردند در مطالعه آنها دشواری نسبی استفاده از راه حل مسائل ساده و پیچیده را برای حل شش مسئله آزمون مقایسه کردند، نتیجه پژوهش نشان داد وقتی دانش‌آموzan با مسئله پیچیده آموزش دیدند، <sup>۷</sup> مسائل آزمون را حل نمودند و زمانی که با مسئله ساده آموزش دیدند <sup>۸</sup> مسائل آزمون را حل کردند.

<sup>۲</sup> چند بسیار یک باشد در آن صورت نگاشتها غیریک‌ریخت با هم ریخت نامیده می‌شوند که چنانچه نشان داده شده انتقال یک به چند به جواب منحصر به فردی منجر نشده و بر عکس انتقال نگاشت چند به یک (هم‌ریختی از نوع اول) به جواب منحصر به فردی منجر شده و انتقال صورت می‌گیرد.

1- non isomorphic

2- matching

3- mapping rules

4- Larkin

5- Greeno

مشخص می‌کند چگونه مقادیر در یک مسئله ریاضی را، آسان می‌سازد. در زمینه حل مسائل کلامی جبر، طرحواره مجموعه‌ای از دانش<sup>۱</sup> است که ساختاری را فراهم کرده که این ساختار با جزئیات یک مثال خاص پرسی شود (ثورندایک<sup>۲</sup>، ۱۹۸۴، به نقل از زید، ۱۹۹۱). یک معادله جبری هم، یک ساختار برای حل بسیاری از مسائل کلامی است. اما دانش آموzan در حل صحیح این مسائل، اگر تواند مقادیر<sup>۳</sup> مناسب را در قسمتهای معادله وارد کند شکست می‌خورد. یک مثال نشان می‌دهد که چگونه این مقادیر را در معادله وارد سازند ولی هنگامی که مقادیر تغییر کنند، این مثالها مفید نیستند، مانند وقتی که یک کارگر ساعتهاي رویتری را نسبت به دیگری کار کرده است یا زمانی که قسمتی از یک تکلیف قبل انجام شده است. در چنین وضعیتی ممکن است ارائه رویه (روش) و قواعد<sup>۴</sup> مربوط به هر کدام از مفاهیم موجود در معادله که دانش آموzan را از چگونگی ساخت مقادیر برای چنین موقعیتهایی آگاه می‌کند، کمک کننده باشد. طبق این دیدگاه (طرحواره) معادله یک چارچوب سازماندهی شده را برای نشان دادن روابط صوری<sup>۵</sup> میان مفاهیم فراهم می‌آورد و یک مثال، راه حلی یکپارچه<sup>۶</sup> است که

- |                         |                    |
|-------------------------|--------------------|
| 1- cluster of knowledge |                    |
| 2- Thorndyke            | 3- values          |
| 4- rules                | 5- formal relation |
| 6- integrated           |                    |
| 7- general knowledge    |                    |
| 8- model                | 9- rate            |
| 10- time                | 11- tasks          |

مسائل کلامی جبر بدلست می‌آورند مستغیر  
وابسته می‌باشد.

### مطالعه اول

#### فرضیه‌های پژوهش

در مطالعه اول سه فرضیه تدوین شده است:

- ۱) بین نمره دانش آموزانی که با مثال ساده آموزش دیده‌اند با نمره دانش آموزانی که با رویه آموزش دیده‌اند، در حل مسائل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.
- ۲) بین نمره دانش آموزانی که با مثال ساده آموزش دیده‌اند با نمره دانش آموزانی که با رویه و مثال ساده آموزش دیده‌اند، در حل مسائل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.
- ۳) بین نمره دانش آموزانی که با رویه آموزش دیده‌اند با نمره دانش آموزانی که با رویه و مثال ساده آموزش دیده‌اند، در حل مسائل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.

#### روش اجرا:

روش پژوهش: روش پژوهش ارزیابی آزمایشی می‌باشد که در آن سه گروه با یکدیگر مقایسه شدند.

در مرحله تمرین و آموزش به دانش آموزان در سه گروه، ۵ دقیقه فرصت داده شد تا مساد آموزشی را مطالعه نمایند، گروه اول راه حل کامل را برای حل مسئله نمونه دریافت کردند، گروه دوم رویه را برای حل مسئله نمونه دریافت کردند و گروه سوم هم رویه و هم مثال ساده را همراه با راه حل کامل آن را دریافت نمودند. در مرحله آزمایش هر سه گروه به طور یکسان ۸ مسئله کلامی جبر را دریافت کردند

#### متغیرهای پژوهش

(الف) متغیر مستقل: آموزش از طریق مثال ساده و رویه و مثال ساده همراه با رویه، متغیر مستقل پژوهش می‌باشد.

(ب) متغیر وابسته: نمره‌ای که آزمودنها در حل

آزمایش برای حل به آنها ارائه گردید، سپس، بعد از ۱۰ روز آزمایش تکرار شد و برای هر

که مجموعاً ۲۴ دقیقه فرصت حل (هر سؤال ۳ دقیقه) برای آنها در نظر گرفته شده بود. در حین حل مسائل مرحله آزمایش آزمودنیها می‌توانستند به راه حلها و مواد آموزشی مرحله آموزش هراسجه کنند. برای هر مسئله ۴ نمره در تظر گرفته شده بود، ۲ نمره تشکیل و ساخت معادله برای هر مسئله و ۲ نمره برای حل معادله، و حداقل نمره‌ای که یک دانش‌آموز می‌توانست اکتساب کند، ۳۲ بود. پاسخهای دانش‌آموزان را علاوه بر پژوهشگر اصلی دو دیر ریاضی نیز نمره می‌دادند و نمره توافقی برای هر دانش‌آموز در نظر گرفته می‌شد.<sup>۱</sup>

در مرحله آزمایش ۸ مسئله که از ساده به دشوار دسته بندی شده و چهار سطح تبدیل (transformation) برای حل آنها نیاز بود، در نظر گرفته شده است (این ۸ مسئله همانرا با مسائل مرحله آموزش و تمرین در قسمت ضمیمه آمده است). مسئله نخست مرحله آزمایش با مسئله ساده مرحله تمرین و آموزش معادل است؛ پس فرق این در مسئله در تبدیل صفر است و هیچ تغییری در مقادیر موجود در مسئله آزمون داده نمی‌شود. مسائلی که فرق آنها یک تبدیل است، این تبدیل از طریق تغییر در میزان یا زمان و یا کار (تکلیف) ایجاد می‌شود. یک تغییر در میزان مربوط می‌شود به میزان کار یک کارگر نسبت به کارگر دیگری تا به عنوان یک عدد مستقل (نگاه کنید به مسئله دوم) یک تغییر زمان، وقتی رخ می‌دهد که یک کارگر دیگر، مدت زمان بیشتری کار می‌کند (نگاه کنید به مسئله سوم)، تغییر در تکلیف زمانی رخ می‌دهد که قسمتو از یک تکلیف قبلی کامل شده باشد (همانطور که در مسئله ۴ مشاهده می‌شود). مسائلی که تفاوت آنها در دو تبدیل است؛ هم در زمان و هم در میزان تغییر ایجاد می‌شود (نگاه کنید به مسئله ۵) و همچنین، میزان و تکلیف (مسئله شش) و با زمان و تکلیف (مسئله ۷). مسئله‌ای که فرق آن با مسئله آموزش داده شده مرحله تمرین سه تبدیل (مسئله شماره ۸) منباشد لازم است تغییر در زمان، میزان و تکلیف ایجاد شود.

**روایی ابزار پژوهش:** برای به دست آوردن روایی سوالات پژوهش از سرخی از اساتید ریاضی و آموزش ریاضی و دیبران ریاضی- فیزیک دیبرستانها نظر خواهی شد که مجموعاً نظر مساعد خود را احلاط نمودند.

**پایایی ابزار پژوهش:** برای به دست آوردن پایایی ابزار پژوهش از روش بازآزمایی استفاده گردید، بدین صورت که ابتدا ۳۰ دانش‌آموز سال سوم ریاضی - فیزیک انتخاب شدند و مسئله ساده و مسئله پیچیده (در مطالعه دوم استفاده شد) مرحله آموزش و ۸ مسئله مرحله

انحراف معیار آنها را نشان می‌دهد و جدول ۱  
برای مسأله ساده مرحله تمرین پایابی ۶۷٪ و  
مسأله پیچیده مرحله تمرین ۵۷٪ و به ترتیب  
برای ۸ مسأله مرحله آزمایش پایابی ۷۱٪،  
برای ۷ مسأله مرحله آزمایش پایابی ۶۰٪،  
برای ۶ مسأله مرحله آزمایش پایابی ۵۸٪ و  
برای ۴ مسأله مرحله آزمایش پایابی ۵۴٪  
به دست آمد.

**نتایج**

جدول شماره (۱-۱) آزمودنیها، میانگین و معنی‌داری وجود ندارد ( $P > 0.05$ ) و ۲٪  
و  $dF = 1/68$  و نتیجه گرفته می‌شود که سه  
روش مختلف آموزشی، تأثیر چندانی بر روی  
یادگیری حل مسأله بین آزمودنیها نداشتند.

جدول (۱-۱). اطلاعات توصیفی سه گروه آزمودنی در حل مسائل کلامی بین در مطالعه اول

نحوه حل مسائل	میانگین	تفاوت آزمودنیها	گروهها
۴/۶۹	۱۵	۲۵	گروه اول
۴/۴۳	۱۴/۳۰	۲۳	گروه دوم
۵/۲۴	۱۶/۷۶	۲۵	گروه سوم
۱۴/۳۶	۴۶/۰۶	۷۳	جمع کل

گروه اول مثال ساده، گروه دوم رویه، گروه سوم مثال ساده + رویه

جدول (۱-۲). اطلاعات مربوط به تحلیل واریانس یک طرفه بین میانگینهای سه گروه دانش آموزان با روشهای مختلف آموزش

P	F	میانگین مجموع	درجه حریق	مجموع	میانگین
مشاهده شده	مشاهده شده	مشاهده شده	مشاهده شده	مشاهده شده	مشاهده شده
۰/۱۹۳	۱/۶۸	۳۸/۹۲	۲	۷۷/۸۳	بین گروهها
		۲۲/۱۱	۷۰	۱۶۱۷/۴۳	درون گروهها
			۷۸	۱۶۹۵/۲۶	جمع کل

گرچه میانگین گروهی که رویه و مثال ساده را با هم دریافت نموده‌اند از دو گروه دیگر بیشتر است، پیش‌بینی شده بود گروهی که رویه‌ها را دریافت نموده بودند، نسبت به دو گروه دیگر از عملکرد ضعیف‌تری برخوردار باشند، که این تفاوت در عملکرد مشاهده می‌شود، اما معنی‌دار نیست.

### بحث

انتظار می‌رفت دانش‌آموzan با مطالعه مثال حل شده در مراحله آموزش و تمرین، چهارچوبی از ساختار (شکل) معادله فراگرفته و آن را به مرحله آزمایش انتقال دهند، و سپس مقادیر مختلف را در قسمتهای مختلف معادله جایگزین کرده و در نهایت مسئله را حل تمايند.

دانش‌آموzan برای حل مسائل، ابتدا از مثال استفاده می‌کنند، سپس به دنبال رویه‌ها رفته و در نهایت از دانش عمومی (قبلی) استفاده می‌کنند، یا توجه به این مطلب، دانش‌آموز می‌توانست در مسائلی که با مسئله نمونه مرحله تمرین قرینه بودند، مقادیر را از طریق جور کردن در معادله جایگزین نماید و مسئله را حل کند و یا ایشکه از قواعد موجود در رویه‌ها استفاده کند، و در نهایت از دانش عمومی خود کمک بگیرد. این پیش‌بینی برای

- |               |             |
|---------------|-------------|
| 1- equivalent | 2- matching |
| 3- rule       |             |

تسا خسادوی غیرمنتظر «سود» رویه‌ها  
دانش آموزان را قادر ساخته بود مسئله‌هایی را  
که تبدیلهای کمتری دارند حل نمایند، اما کمتر  
دانش آموزی توانسته بود مسائل دارای تو  
تبدیل و یا بیشتر را حل کنند به سخنی دیگر،  
با استفاده از رویه و مثال ساده دانش آموزان  
می‌توانستند مسائل ساده را حل کنند، اما در  
حل مسائل پیچیده موفق نبودند.

ضعیف‌تر شواهد شد.

وقتی دانش آموزان تنها مثال را در مرحله  
تمرین و آموختن دریافت کنند برای ایجاد  
کمیتهای<sup>۱</sup> موجود در مسئله آزمون که در مسئله  
آموزشی بروخورد نکرده‌اند باید به دانش  
عمومی خود تکیه کنند. احتمال ساخت یک  
معادله صحیح با تبدیل صفر از طریق عمل  
جهور کردن بیشتر است و زمانی که یک تبدیل  
نیاز باشد احتمالاً ابتدا از عمل جهور کردن  
استفاده می‌کنند و پس از آن به داشت عmomی  
خود رجوع می‌کنند. وقتی دو تبدیل نیاز باشد  
احتمالاً هم از عمل جهور کردن و هم از دانش  
عمومی استفاده می‌کنند، اما زمانی که سه  
تبدیل نیاز باشد، به داشت عmomی بیشتر نیاز  
است تا عمل جهور کردن، و زمانی که  
دانش آموزان تنها رویه‌ها را در دسترس دارند،  
برای ساخت معادله، از قاعده استفاده می‌کنند.  
با توجه به این مطالب، دانش آموزان گروه  
سوم (رویه و مثال) از آموختن کامل تری نسبت  
به دو گروه دیگر بروخوردار بودند، در مقابل  
گروه دریافت کننده رویه‌ها، تنها می‌توانستند از  
قاعده موجود در رویه‌ها و داشت عmomی  
استفاده کنند، و بالطبع، انتظار عملکرد  
ضعیف‌تر این گروه نسبت به دو گروه دیگر  
می‌رفت. ترکیب روش استفاده از الگو و رویه،  
مدل آموزشی کاملی است، اما نتایج پژوهش

#### مطالعه دوم

پس از تجزیه و تحلیل و بررسی نتایج  
مطالعه اول، مطالعه دوم انجام گرفت تا با  
گروههای آموزشی جدید و آموزش‌های کاملتر  
(آموزش با مثال پیچیده و رویه‌های تغییر  
یافته) انتقال یادگیری به ویژه در مسائلی که  
تبدیلهای بیشتری دارند بررسی گردد.

در مطالعه دوم در رویه‌ها (قاعده‌ها) تغییراتی  
داده شد و شرایط آموزشی جدیدی فراهم  
گردید.

سه شرط آموزشی جدید در مطالعه دوم  
طراحی شد: الف) گروه دریافت کننده مثال  
پیچیده در مرحله تمرین، ب) گروه دریافت  
کننده مثال پیچیده و رویه در مرحله تمرین و  
ج) گروه دریافت کننده مثال پیچیده و مثال

برای حل هر هشت مسأله در مثال ساده و پیچیده وجود دارد و مطابق با مدل فرض شده، دانش آموzan لازم است الگوی جور کردن را برای کمیتهای موجود در دو مسأله بکار برد. هر چهار کمیت می تواند از مثال ساده برای مسأله یک بدست آید. مسأله های دو، سه و چهار را می توان از طریق جور کردن مثال ساده همراه چهار کمیت و مثال پیچیده همراه یک کمیت حل کرد. مسأله های پنج، شش و هفت را می توان از طریق جور کردن مثال پیچیده همراه با چهار کمیت و مثال ساده همراه یک کمیت حل کرد. مسأله هشت را می توان از طریق جور کردن مثال پیچیده همراه چهار کمیت حل نمود.

### فرضیه های پژوهش

در مطالعه دوم ده فرضیه تدوین شده است:

۱. بین نمره دانش آموzanی که با مثال ساده و پیچیده آموزش دیده اند با نمره دانش آموzanی که با مثال پیچیده و رویه آموزش دیده اند، در حل مسائل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.
۲. بین نمره دانش آموzanی که با مثال ساده و پیچیده آموزش دیده اند با نمره دانش آموzanی که با مثال ساده و رویه آموزش دیده اند، در حل مسائل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.
۳. بین نمره دانش آموzanی که با مثال ساده و

مسأله در مرحله تمرین، دو گروه دیگر نیز در مطالعه دوم پژوهش شرکت داشتند؛ گروهی که رویه (رویه های تغییر یافته) در مرحله تمرین دریافت نمودند و گروه دیگر مثال ساده و رویه را در مرحله تمرین دریافت کردند. این پنج گروه مستقل آزمودنیهای شرکت کننده در مطالعه دوم بودند.

ریس (۱۹۹۹) به نقل از ریس (۲۰۰۰) در پژوهشی نشان داد آزمودنیهای که از طریق رویه ای آموزش می بینند عملکرد ضعیف تری نسبت به گروهی که از طریق مثال آموزش می بینند دارند. در پژوهش رید آزمودنیهایی که با مثال ساده یا مثال پیچیده آموزش دیده بودند عملکردی به مرتب بهتر از آزمودنیهایی داشتند که با رویه آموزش دیده بودند و زمانی که آموزش از طریق مثال ساده و پیچیده بود عملکرد آزمودنی به طور چشمگیری بهتر می شد و انتقال یادگیری به مسائل پیچیده رخ می داد.

استفاده از مثال ساده و پیچیده دلایل تجربی و تئوریک دارد (نگاه کنید به پژوهش های ریس، ۱۹۸۵، ۱۹۸۷، ۱۹۹۱ و ۱۹۹۶). دلیل تجربی آن، مسأله اول بدن قاعده ها در مطالعه اول است. مسأله اول با مثال ساده معادل است و مسأله هشت با مثال پیچیده معادل می باشد. اطلاعات مورد نیاز

جبر تفاوت وجود دارد.

۱۰. بین نمره دانش آموزانی که با مثال پیچیده آموزش دیده‌اند با نمره دانش آموزانی که با مثال پیچیده آموزش دیده‌اند، در حل مسائل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.

جبر تفاوت وجود دارد.

پیچیده آموزش دیده‌اند با نمره دانش آموزانی که با مثال پیچیده آموزش دیده‌اند، در حل مسائل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.

۴. بین نمره دانش آموزانی که با مثال ساده و پیچیده آموزش دیده‌اند با نمره دانش آموزانی که با رویه آموزش دیده‌اند، در حل مسائل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.

روشن پژوهش: روش پژوهش از نوع

- آزمایشی می‌باشد که در آن پنج گروه با یکدیگر مقایسه شدند.

#### متغیرهای پژوهش

- (الف) متغیر مستقل: آموزش از طریق مثال ساده و پیچیده، مثال ساده و رویه، مثال پیچیده و رویه، و رویه متغیر مستقل می‌باشد.

- (ب) متغیر واپسی: نمره‌ای که آزمودنیها در حل مسائل کلامی جبر به دست می‌آورند متغیر واپسی می‌باشد.

- جامعه پژوهش: جامعه مورد پژوهش ۱۲۲ دانش آموز دختر سال سوم ریاضی - فیزیک شهرستان توسی‌کان در سال تحصیلی ۱۳۸۱-۸۲ می‌باشد که به طور تصادفی در پنج گروه؛ اول مثال ساده و پیچیده گروه دوم مثال پیچیده و رویه، گروه سوم مثال ساده و رویه، گروه چهارم مثال پیچیده و گروه پنجم رویه جایگزین شدند.

پیچیده آموزش دیده‌اند با نمره دانش آموزانی که با مثال پیچیده آموزش دیده‌اند، در حل مسائل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.

۴. بین نمره دانش آموزانی که با مثال ساده و پیچیده آموزش دیده‌اند با نمره دانش آموزانی که با رویه آموزش دیده‌اند، در حل مسائل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.

روشن پژوهش: روش پژوهش از نوع

- آزمایشی می‌باشد که با نمره دانش آموزانی که با مثال ساده و رویه آموزش دیده‌اند، در حل مسائل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.

مسائل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.

۶. بین نمره دانش آموزانی که با مثال پیچیده و رویه آموزش دیده‌اند با نمره دانش آموزانی که با مثال پیچیده آموزش دیده‌اند، در حل مسائل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.

۷. بین نمره دانش آموزانی که با مثال پیچیده و رویه آموزش دیده‌اند با نمره دانش آموزانی که با رویه آموزش دیده‌اند، در حل مسائل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.

جبر تفاوت وجود دارد.

۸. بین نمره دانش آموزانی که با مثال ساده و رویه آموزش دیده‌اند با نمره دانش آموزانی که با مثال پیچیده آموزش دیده‌اند، در حل مسائل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.

۹. بین نمره دانش آموزانی که با مثال ساده و رویه آموزش دیده‌اند با نمره دانش آموزانی که با رویه آموزش دیده‌اند، در حل مسائل کلامی جبر تفاوت وجود دارد.

جدول (۲-۱). اطلاعات توصیفی پنج گروه آزمودنیها در حل مسائل کلامی بحیر در مطالعه دوم

گروهها	تعداد افراد	نفرات اول	نفرات دوم	نفرات سوم	نفرات چهارم	نفرات پنجم	جمع کل
گروه اول	۲۰	۱۴/۳۶	۵/۴۳				
گروه دوم	۲۲	۱۶/۹۶	۶/۹۹				
گروه سوم	۲۰	۱۹/۲	۵/۲۲				
گروه چهارم	۲۲	۱۲/۳۸	۵/۰۳				
گروه پنجم	۲۴	۱۵/۴۱	۵/۱۰				
	۱۲۲	۸۰/۲۱	۲۷/۸۲				

بر اساس جدول شماره (۲-۲) نتایج آزمون شناسی و روئیت پژوهش در «مطالعه دوم» عیناً شبیه به مطالعه اول می‌باشد.

- تبدیلهای برای آزمودنیها در گروههای مثال ساده و رویه و رویه مانند مطالعه اول بود. اما تبدیلهای برای آزمودنیها در گروههای مثال ساده و پیچیده، مثال پیچیده و رویه و مثال پیچیده با توجه به مثال پیچیده سه شود؛ پس تبدیل مسئله هشتم با توجه به مسئله پیچیده مرحله تمرین و آموزش، صاف است. یعنی هیچ تغیری در معادله مسئله نموده برای حل مسئله ۸ آزمون ایجاد نمی‌شود و تنها مقادیر تفاوت دارد، و در مسئله‌های هفتم و ششم و پنجم، تبدیل با توجه به مسئله پیچیده یک است و تبدیل در مسئله‌های چهارم و سوم و دوم با توجه به مسئله پیچیده دو می‌باشد و برای مسئله یک با توجه به مسئله پیچیده سه می‌باشد. مسئله هشتم با مسئله پیچیده‌ای که در این مرحله آموزش داده شد مماثل است برای اینکه، هم شکل مسئله و هم شیوه حل آن شبیه به هم است.

نتایج جدول شماره (۲-۱) آزمودنیها، میانگین و انحراف معیار آنها را نشان می‌دهد. در جدول شماره (۲-۱) گروه اول مثال پیچیده، گروه دوم مثال پیچیده و رویه، گروه سوم مثال پیچیده و ساده، گروه چهارم رویه، گروه پنجم مثال ساده و رویه می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد که بین پنج گروه تفاوت معنی داری وجود دارد ( $P < 0.05$ ) و  $F = 3/40.8$  و  $F = 4/41$  و  $F = 117$  می‌شود که روش‌های مختلف آموزش بر روی یادگیری حل مسئله جبر دانش‌آموزان مؤثر بوده است. برای مشخص شدن اینکه میانگین کدام گروهها با هم تفاوت دارد از روش پیگیری توکی استفاده شده که نتیجه آن در جدول (۲-۳) آمده است.

جدول (۲-۲). اطلاعات مربوط به تحلیل واریانس یک طرفه بین میانگینهای پنج گروه آزمودنیها با روش‌های

#### مختلف آموزش

P	F	میانگین مقطع	تعداد	میانگین	میانگین
		مشاهده شد	آزمون	روز	برآوردگر
۰/۰۱۳	۲/۳۰۸	۱۰۴/۰۳	۴	-	۳۱۶/۱۵۸
		۳۱/۴۰	۱۱۷	۴۶۸۰/۱۱۷	برون گروهها
			۱۲۱	۴۰۹۶/۲۳	جمع کل

جدول (۲-۳). مقایسه تفاصل میانگینهای نمره‌های گروهها با آزمون توکی

G	T	R	S	L	میانگینها
۱۸/۸۰	۱۶/۴۸	۱۰/۴۱	۱۵/۳۶	۱۷/۳۶	گروهها
۴/۸۲*	۲/۶	۱/۰۵	۰/۲۰	-	مثال پیچیده
۴/۸۲**	۲/۰۸	۱/۰۳	-	-	رویه
۲/۷۹	۱/۰۰	-	-	-	مثال ساده و رویه
۲/۲۴	-	-	-	-	مثال پیچیده و رویه
-	-	-	-	-	مثال ساده و پیچیده

\* تفاوت میانگینها در مقطع ۱/۰ معنی دار می‌باشد

دوم که با رویه آموزش دیده بودند با گروه سوم

که با مثال ساده و پیچیده آموزش دیده بودند

تفاوت معنی داری وجود دارد و در نتیجه

فرضیه چهارم مطالعه دوم تأیید می‌شود.

همچنین بر اساس جدول شماره (۲-۳)

تفاوت معنی داری بین میانگین نمره‌های سایر

گروهها مشاهده نمی‌شود و یقیه فرضیه‌های

پژوهش تأیید نمی‌شوند.

توکی تفاوت معنی داری را بین میانگین گروهها

به شرح زیر نشان می‌دهد:

۱. بین میانگین نمره‌های آزمودنیهای گروه اول

که با مثال پیچیده آموزش دیده بودند با گروه

سوم که با مثال ساده و پیچیده آموزش دیده

بودند تفاوت معنی داری وجود دارد و در نتیجه

فرضیه سوم مطالعه دوم تأیید می‌شود.

۲. بین میانگین نمره‌های آزمودنیهای گروه

مشکل داشتند، و در حل مثال ۶ و ۷ آزمون موفق بودند. از طرف دیگر، دانش آموزانی که با مثال ساده آموزش دیده بودند، مسئله اول آزمون را حل نمودند و در حل مسئله ۸ شکست خورده و در حل مسائل ۲ و ۳ و ۴ موفق تر بودند تا حل مسائل ۶ و ۷.

### رش بسیگیری تسخیکی نشان داد که

مقایسه های زوجی تفاوت معنی داری را نشان می دهند، و عملکرد دانش آموزان دریافت کننده مثال ساده و پیچیده در مرحله آموزش از عملکرد دانش آموزان دریافت کننده مثال پیچیده و یا رویه در مرحله آموزش بهتر بود. دانش آموزانی که با رویه آموزش دیده بودند، می توانستند، مسئله هایی با تبدیل کم را حل نمایند. با افزایش تبدیلها دانش آموزان در مطالعه اول و دوم کمتر توانسته بودند مسائلی را که دو تبدیل در آنها وجود دارد حل نمایند. دانش آموزانی هم که با مثال ساده آموزش دیده بودند با افزایش تبدیلها، عملکرد آنها ضعیف می شد، این کاهش عملکرد با افزایش تبدیلها در همه گروهها هم در مطالعه اول و هم در مطالعه دوم مشهود بود. آیا این مسئله برمی گردد به گرانباری<sup>۱</sup> حافظه، یعنی هر

نتایج مطالعه دوم میین آن است که استفاده از مثال ساده و پیچیده در کمک به دانش آموزان برای حل مسائل کلامی بجز در مقایسه با سایر روشهای آموزشی که در این پژوهش بررسی گردید، مؤثر تر بوده است.

### بحث

در مطالعه دوم، در رویه ها در جهت استفاده بهتر تغییراتی ایجاد شد، با وجود این، تأثیر چندانی روی عملکرد آزمودنیها نگذاشت؛ میانگین دو گروه دریافت کننده رویه ها در مطالعه اول و دوم (جدول شماره (۱-۱) و (۲-۱)) به هم نزدیک است، انتظار این بود که ایجاد تغییر در رویه ها، روی بسادگیری دانش آموزان مؤثر باشد. این که عملکرد گروهی که با مثال ساده و پیچیده آموزش دیدند، بهتر است، به این دلیل است که دانش آموزان استفاده کننده از مثال (الگو) در حل مسائل آزمون از عمل جور کردن استفاده کرده اند و زمانی که با دو مثال آموزش می دیدند، فرصت تمرین بیشتری داشتند و بالطبع مهارت حل مسئله آنها بالا رفته است. دانش آموزانی که با مثال پیچیده آموزش دیده بودند توانستند مسئله ۸ آزمون را حل نمایند، ولی همین افراد در حل مسئله، اول آزمون

1- overload

رید و همکاران (۱۹۸۵) در افتد، دانش آموزان وقتی با مسائل معادل آموزش می بینند، تنها می توانند مسائل معادل با مسأله آموزش دیده را حل نمایند و از حل مسائل مشابه با مسائل آموزش دیده ناتوانند، و انتقال یادگیری از مسائل معادل به مسائل مشابه با دشواری صورت می گیرد. رید و همکاران همچنین در پژوهشی نشان دادند که آزمودنیها وقتی با دو مسأله ساده و پیچیده کلامی جیر آموزش می بینند در حل مسائل آزمون موفق ترند، تا وقتی که با یک مسأله (ساده با پیچیده) آموزش دیده‌اند. و همچنین وقتی آزمودنیها با رویه‌ها (روشها) آموزش دیده باشند عملکرد ضعیفی در حل مسائل آزمون دارند و انتقال یادگیری به کنندی صورت می گیرد (رید و همکاران، ۱۹۹۱).

### بحث کلی

در مطالعه اول، چگونگی استفاده دانش آموزان از مثال (مدل) و رویه و دانش عمومی در حل مسائل آزمون بررسی گردید. در رابطه با «مدل» فرض بر این بود که دانش آموزان تلاش می کنند مفاهیم (میزان، زمان و تکلیف) موجود در مسائل آزمون را با

چه به تعداد تبدیلها اضافه شود، گرانسیاری حافظه بیشتر نمود پیدا می کند؟ جان سولو<sup>۱</sup> (۱۹۸۹) به نقل از سولو، ۲۰۰۳) با ارائه مثالهای متعددی نشان داد که گرانسیاری در حل مسأله، محلی و بقی جدی است. آنها در یک سری از مسائل، شامل مسأله‌های علوم و ریاضی متوجه شدند پار شناختی در یادگیری راه حلها مانع ایجاد می کند. آنها در حل مسائل هندسه نیز به نتایج مشابهی از گرانسیاری رسیدند.

گروهی که رویه همراه با مثال دریافت کرده بودند، مسائلی با ۲ تبدیل را حل کردند، و این در صورتیست که دانش آموزان دریافت کننده رویه در مرحله آموزش و تمرین در حل مسائل حتی وقتی که یک تبدیل وجود دارد شکست می خوردند و در مطالعه دوم که رویه‌ها تغییر یافتد، روی عملکرد این گروه تأثیر نداشت. در این پژوهش ثابت شد که قاعده‌ها و مثالها در انتقال یادگیری تا حدودی مؤثر بوده‌اند، خصوصاً زمانی که مسأله آزمون با مسأله آموزش داده شده معادل بوده است. اما یافتن رویی مؤثر برای انتقال یادگیری در مسائلی که با هم معادل نیستند ضروری است. استفاده از مثالهای پیچیده و ساده روش مؤثری است که انتقال یادگیری را افزایش می دهد و در این پژوهش کارایی آن ثابت شد.

1- John Sweller

و گروه مثال پیچیده و ساده) در مطالعه دوم هم صودمندی استفاده از مدل (مثال) ثابت شد؛ دانش آموزانی که با مثال و رویه آموزش دیده بودند، قاعده‌های موجود در رویه‌ها را برای حل مسائل آزمون بود بکار می‌بردند و زمانی که با مثال ساده و پیچیده آموزش دیدند از روش جور کردن بطور موفقیت‌آمیزی استفاده می‌کردند به طوری که توانستند مسائل پیچیده را حل نمایند. ممکن است استفاده از دو مثال گرانباری حافظه را تیز کاهش دهد، این مسئله در این پژوهش بهم است و نقش گرانباری حافظه مشخص نشده است و این موضوع که با زیاد شدن تبدیل‌ها گرانباری حافظه افزایش می‌یابد، چندان روش نیست. برای کنترل گرانباری در این دو مطالعه به آمودنیها اجازه داده شد که مثال‌ها و راه حل‌های مرحله تمرین و آموزش را در مرحله آزمایش در اختیار داشته باشند و در صورت نیاز به آن مراجعه نمایند. نقش دانش عمومی، در این پژوهش نیز مشخص نیست؛ وقتی دانش آموزان متایم کافی برای حل مسائل مرحله آزمون ندارند، احتمال مراجعه به دانش عمومی بیشتر است، در این پژوهش نقش دانش عمومی به صورت دقیق مشخص نشده است.

مفاهیم موجود در مثال مرحله آموزش و تصریف جور گشتند. اگر ساختار مسئله آزمون، مقادیر و مفاهیم یکسانی با مثال آموزش داده شده داشته باشد، دانش آموز می‌تواند با استفاده از عمل چور کردن مسئله را حل نماید، اگر غیر از این باشد دانش آموز به دنبال متایم دیگر مثل رویه‌ها می‌رود (اگر در دسترس پاشد) و یا اینکه به دانش عمومی خود مراجعه می‌کند. دانش آموزانی که تنها با رویه آموزش دیده بودند، تاگزیر بودند که در رویه دقیق شوند و از آن برای حل مسائل آزمون کمک بگیرند (دانش آموزان در دو مطالعه مطالب آموزشی مرحله تمرین را در طول مرحله آزمایش در اختیار داشتند و در موقع نیاز می‌توانستند به آنها مراجعه نمایند). بررسی نتایج مطالعه اول نشان می‌دهد که دانش آموزان در استفاده از مثال ساده در حل مسائل ساده کلامی جبر موفق‌تر بودند، و در استفاده از رویه‌ها برای حل مسائل پیچیده مرحله آزمایش، موفق نبودند، و دانش عمومی نیز نتوانست موفقیت آنها را در حل مسئله‌های آزمون خصوصاً مسائل پیچیده بطور چشمگیری تضمین کند. در مطالعه دوم در رویه‌ها تغییراتی ایجاد شد و همچنین گروه‌های آموزشی جدیدی شرکت داشتند (گروه مثال پیچیده، گروه مثال پیچیده و رویه

## مباحث

## لارنین

- Lewis, M.W., & Anderson, J.R. (1985). Discrimination of operator schemata in problem solving: Learning from examples. *Cognitive Psychology*, 17, 26-65.
- Reed, S.K., & Cheryl, A.B. (1991). Use of examples and procedures in problem solving. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, Vol. 17, No. 4, 753-66.
- Reed, S.K. & Voss, A.A. (1990). Selecting analogous problems; similarity versus inclusiveness. *Memory and Cognition*, 18(1): 83-98.
- Reed, S.K. (1987). A structure- mapping model for word problems. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, Vol. 1, No. 1, 124-139.
- Reed, S.K. (2000). Problem solving. In A.E. Kazain (Ed), *Encyclopedie of Psychology* (Vol. 8, PP. 71-75). Washington, DC: American Psychological Association and Oxford University Press.
- Reed, S.K. (2003). Transferring transfer to technology. *The Korean Journal of Thinking & Problem Solving*, 13(1), 5-16.
- Reed, S.K. Alexanara, D. & Michael. (1985). Usefulness of analogous solutions for solving algebra word problems. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, Vol. 11(1): 106-125.
- Sweller, J. (2003). Visualisation and instructional design. J. Sweller@unsw.edu.au.
- Trafton, G.J. & Brian, J. Rejser. (2003). The contribution of studying examples and solving problems to skill acquisition. Trafton@clarity.Princeton.Edu & riser@ils.nwu.edu.

## ضمنیات

## مسائل استفاده شده در مطالعه ۱ و ۲

## مثال ساده

رضا می تواند یک متن را در ۱۰ ساعت تایپ کند و حمید می تواند آن را در ۵ ساعت تایپ کند.  
چه مدت طول می کشد آن متن تایپ شود اگر آنها با هم کار کنند؟

**مثال پیچیده**

آرمان می‌تواند یک متن را در ۱۲ ساعت تایپ کند و عرفان ۳ ساعت سریعتر از او می‌تواند این کار را انجام دهد. آنها  $\frac{1}{8}$  متن را قبل از اینکه از هم جدا شوند انجام دادند. چه مدت طول می‌کشد اگر آرمان آن را کامل کند اگر عرفان و او با هم کار کنند؟

**مسائل آزمون**

۱. محمد می‌تواند یک خانه را در ۱۲ ساعت نقاشی کند و مهدی می‌تواند آن را در ۱۰ ساعت نقاشی کند. چه مدت طول می‌کشد خانه نقاشی شود اگر آنها با هم کار کنند؟
۲. معصومه می‌تواند یک لباس را در ۹ ساعت بدوزد و زهراء ۳ ساعت زودتر می‌تواند آن را بدوزد. اگر آنها با هم کار کنند چه مدت طول می‌کشد؟
۳. یک متخصص می‌تواند یک تکلیف را در پنج ساعت انجام دهد اما یک تازه کار برای انجام همین تکلیف به ۷ ساعت نیاز دارد. زمانی که آنها با هم کار می‌کنند، مبتداً دو ساعت بیشتر از متخصص کار می‌کنند، متخصص چه مقدار باید کار کند؟
۴. زهره می‌تواند مزرعه‌اش را در ۴ ساعت درو کند و پسر او می‌تواند آن را در ۶ ساعت درو کند. اگر آنها با هم کار کنند و هم اکنون  $\frac{1}{4}$  درو را انجام داده باشند چه مدت وقت لازم است؟
۵. حسام می‌تواند یک تکلیف را در ۸ ساعت انجام دهد و بابک ۴ ساعت زودتر می‌تواند آن را انجام دهد، وقتی آنها با هم کار می‌کنند تا تکلیف را به یايان برسانند، بابک یک ساعت بیشتر از حسام کار می‌کند. چه مدت حسام برای کار کردن نیاز دارد؟
۶. یاسر می‌تواند یک خانه را ۴ ساعته تمیز کند و کسری ۲ بار سریعتر، آنها  $\frac{1}{3}$  خانه را صحیح تمیز کرده‌اند. اگر آنها با هم شروع به کار کنند، چه مدت زمانی برای تمیز کردن خانه احتیاج دارند؟
۷. یک نجار می‌تواند حصاری را در طول ۷ ساعت بسازد و دستیارش می‌تواند حصار را در طول ۱۰ ساعت بسازد. روز گذشته  $\frac{1}{3}$  حصار را ساخته‌اند. چه مدت زمانی طول می‌کشد تا نجار حصار را تکمیل کند. اگر او و دستیارش با هم کار کنند، اما دستیار ۲ ساعت بیشتر از نجار کار کند؟
۸. حسین می‌تواند یک دسته‌نامه را ۶ ساعته مرتب کند و حسن ۲ بار سریعتر. آنها قبل از اینکه از هم جدا شوند  $\frac{1}{5}$  نامه‌ها را مرتب کردند. حسین چه مدت زمانی احتیاج دارد تا بقیه را مرتب کند، اگر او و حسن با هم کار کند اما حسن ۱ ساعت بیشتر کار کند؟